



TUGAS AKHIR - SM141501

**ESTIMASI PELACAKAN RADAR TIGA DIMENSI
MENGUNAKAN MODIFIKASI EXTENDED
KALMAN FILTER**

PRIMA ADITYA
NRP 1213 100 080

Dosen Pembimbing:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017



FINAL PROJECT - SM141501

**ESTIMATION OF THREE-DIMENSIONAL RADAR
TRACKING USING MODIFIED EXTENDED
KALMAN FILTER**

PRIMA ADITYA
NRP 1213 100 080

Supervisors:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

LEMBAR PENGESAHAN
ESTIMASI PENGUKURAN SISTEM
PELACAKAN RADAR TIGA DIMENSI
MENGUNAKAN MODIFIKASI EXTENDED
KALMAN FILTER
*ESTIMATION OF MEASUREMENT FOR
THREE-DIMENSIONAL RADAR
TRACKING SYSTEM USING MODIFIED
EXTENDED KALMAN FILTER*

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:


PRIMA ADITYA

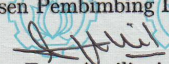
NRP. 1213 100 080

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si


Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

NIP. 19730930 199702 1 001

NIP. 19611115 198703 1 003

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

FMIPA ITS


Dr. Imam Mukhlash, S. Si, MT

NIP. 19760831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2017

ESTIMASI PELACAKAN RADAR TIGA DIMENSI MENGGUNAKAN MODIFIKASI EXTENDED KALMAN FILTER

Nama Mahasiswa : Prima Aditya
NRP : 1213 100 080
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si

Abstrak

Pelacakan radar tiga dimensi sekarang ini banyak dilakukan pengembangan. Desain filter pelacakan yang biasa mengandalkan pada sistem yang linier, sedangkan sistem yang tak linier kebanyakan terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Pengembangan dari algoritma filter ini dapat mengatasi pengukuran radar tiga dimensi dalam kasus yang diusulkan dalam hal ini radar mengukur target dengan jarak r , sudut putar θ , dan sudut elevasi ϕ . Data yang dimiliki adalah data pengukuran yang tidak linier. Dalam mengatasi ketidaklinieran yang melekat pada model sistem dan model pengukuran, dilakukan modifikasi Extended Kalman Filter dengan membuat kovarian dan mean buatan baru yang disesuaikan langsung pada sistem radar tiga dimensi. Hasil dari simulasi menunjukkan bahwa formulasi yang diusulkan sangat efektif dalam perhitungan pengukuran yang tidak linier dengan nilai error sebesar 0.77% hingga 1.15%.

Kata-kunci: *Pelacakan radar tiga dimensi, Extended Kalman Filter, modifikasi Extended Kalman Filter.*

ESTIMATION OF THREE-DIMENSIONAL RADAR TRACKING USING MODIFIED EXTENDED KALMAN FILTER

Name : Prima Aditya
NRP : 1213 100 080
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si

Abstract

Three-dimensional radar tracking today many do development. Tracking filter designs commonly rely on a linear system, while the system is not linear mostly occur in everyday life. The development of this filter algorithm can solve the three-dimensional radar measurements in the case proposed in this case the target measured by radar with distance r , azimuth angle θ , and the elevation angle ϕ . Data which owned is not linear measurement data. To solve the nonlinearities inherent in the system model and the measurement model, modification of Extended Kalman Filter to create new artificial covariance and mean adjusted directly on the three-dimensional radar system. The results of the simulations show that the proposed formulation is very effective in the calculation of measurement is not linear with the value textit error at 0.77 % until 1.15 %.

Key-words: Radar Tracking System, Extended Kalman Filter, Modified Extended Kalman Filter.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke-hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan limpahan rahmatNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

”ESTIMASI PELACAKAN RADAR TIGA DIMENSI MENGGUNAKAN MODIFIKASI *EXTENDED KALMAN FILTER*”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Ketua Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Prof. Dr. Dra. Erna Apriliani, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si yang juga selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

4. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc., Dra. Nur Asiyah, M.Si., dan Tahiyatul Asfihani, S.Si., M.Si selaku dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.
5. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 Jurusan Matematika ITS
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Ayah, mama, kakak dan keluargaku yang senantiasa mendukung dan mendoakan.
8. Wawan, Gery, Rozi, Ivan, Vicky, Amel, Xenny, Nastitie, Fauzia, Ardi, Frikha yang senantiasa membantu dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.
8. Teman-teman Manis Manja, NONGKI, BAYI, dulur matematika 2013, dan semuanya yang telah memberikan semangat dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR SIMBOL	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Model Dinamis Pelacakan Radar Tiga Dimensi	9
2.3 Metode Kalman Filter	13
2.4 Metode Extended Kalman Filter	15
2.5 Modifikasi Extended Kalman Filter	16

BAB III	METODE PENELITIAN	25
3.1	Studi Literatur	25
3.2	Identifikasi model dinamis pelacakan radar tiga dimensi, Extended Kalman Filter dan modifikasinya	25
3.3	Implementasi metode Extended Kalman Filter	26
3.4	Implementasi modifikasi metode Extended Kalman Filter	28
3.5	Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan....	29
3.6	Penarikan Kesimpulan dan Saran	30
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	35
4.1	Persamaan Pelacakan Radar Tiga Dimensi ..	35
4.1.1	Diskritisasi	38
4.1.2	Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik	42
4.2	Implementasi Extended Kalman Filter	45
4.3	Implementasi Modifikasi Extended Kalman Filter	51
4.4	Simulasi Extended Kalman Filter dan Modifikasi Extended Kalman Filter	54
4.4.1	Simulasi 1	55
4.4.2	Simulasi 2	62
BAB V	PENUTUP	65
5.1	Kesimpulan	65
5.2	Saran	66
DAFTAR PUSTAKA		67
LAMPIRAN A	Data Nilai RMSE Setiap Variabel	69
LAMPIRAN B	Source Code	75
LAMPIRAN C	Biodata Penulis	89

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Konfigurasi geometri melalui r, θ, ϕ	9
Gambar 3.1	Diagram Alur Penelitian	31
Gambar 3.2	Diagram Alur Metode EKF	32
Gambar 3.3	Diagram Alur Modifikasi EKF	33
Gambar 4.1	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel x	56
Gambar 4.2	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel y	56
Gambar 4.3	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel z	57
Gambar 4.4	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel x	58
Gambar 4.5	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel y	58
Gambar 4.6	Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel z	59
Gambar 4.7	Grafik Error antara Nilai Real dan Estimasi dari Semua Variabel	60
Gambar 4.8	Grafik lintasan yang terjadi dengan nilai awal pada Nilai Real selama 100 langkah	62
Gambar 4.9	Grafik lintasan yang terjadi dengan nilai awal oleh Metode Extended Kalman Filter selama 100 langkah	62

Gambar 4.10 Grafik lintasan yang terjadi dengan
nilai awal oleh modifikasi Extended
Kalman Filter selama 100 langkah 63

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Algoritma Kalman Filter (KF)	14
Tabel 2.2	Algoritma Extended Kalman Filter (KF).	16
Tabel 2.3	Modifikasi Algoritma Extended Kalman Filter	24
Tabel 4.1	Nilai awal dari masing-masing variabel	54
Tabel 4.2	Nilai Parameter	55
Tabel 4.3	Nilai rata-rata RMSE setiap variabel	61

Daftar Simbol

x	: Posisi variabel x .
y	: Posisi variabel y .
z	: Posisi variabel z .
V^x	: Kecepatan variabel x .
V^y	: Kecepatan variabel y .
V^z	: Kecepatan variabel z .
r	: Jarak pelacak ke target.
θ	: Sudut putar sumbu x dan y .
ϕ	: Sudut elevasi sumbu x, y ke z .
$\frac{dr}{dt}$: Satuan kecepatan bernilai 1.
$\frac{d\theta}{dt}$: Satuan kecepatan bernilai 1.
$\frac{d\phi}{dt}$: Satuan kecepatan bernilai 1.
X_{k+1}	: Variabel keadaan pada waktu $k + 1$.
X_k	: Variabel keadaan pada waktu k .
A_k	: Matriks koefisien.
B_k	: Matriks koefisien untuk input sistem.
u_k	: Variabel input sistem.
G_k	: Matriks koefisien noise sistem.
w_k	: Noise sistem.
Z_k	: Vektor pengukuran pada waktu ke- k .
H_k	: Matriks koefisien pengukuran.
v_k	: Noise pengukuran.
P_k	: Matriks kovarian error pada waktu k .
Q_k	: Matriks kovarian error noise sistem pada waktu k .
R_k	: Matriks kovarian error noise pengukuran pada waktu k .
\hat{X}_{k+1}^-	: Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran.
\hat{X}_{k+1}	: Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sesudah pengukuran.
P_{k+1}^-	: Matriks kovarian error pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran.

P_{k+1}	: Matriks kovarian error pada waktu $k + 1$ setelah pengukuran.
K_{k+1}	: Kalman Gain pada waktu $k + 1$.
r_k	: Jarak pelacak ke target pada waktu k .
θ_k	: Sudut putar sumbu x dan y pada waktu k .
ϕ_k	: Sudut elevasi sumbu x, y ke z pada waktu k .
r_k^m	: Jarak pelacak ke target pada waktu k dengan gangguan.
θ_k^m	: Sudut putar sumbu x dan y pada waktu k dengan gangguan.
ϕ_k^m	: Sudut elevasi sumbu x, y ke z pada waktu k dengan gangguan.
v_k^r	: Noise pengukuran r .
v_k^θ	: Noise pengukuran θ .
v_k^ϕ	: Noise pengukuran ϕ .
x_k	: Posisi variabel x pada waktu k .
y_k	: Posisi variabel y pada waktu k .
z_k	: Posisi variabel z pada waktu k .
x_k^m	: Posisi variabel x pada waktu k dengan gangguan.
y_k^m	: Posisi variabel y pada waktu k dengan gangguan.
z_k^m	: Posisi variabel z pada waktu k dengan gangguan.
σ_r	: Gangguan jarak r .
σ_θ	: Gangguan sudut θ .
σ_ϕ	: Gangguan sudut ϕ .
R_k^c	: Kovarian buatan.
R_k^p	: Kovarian buatan untuk MEKF.
μ_k^c	: Mean buatan.
μ_k^p	: Mean buatan untuk MEKF.
I	: Matriks identitas.
f_1	: \dot{x} dalam bentuk koordinat kartesian.
f_2	: \dot{y} dalam bentuk koordinat kartesian.
f_3	: \dot{z} dalam bentuk koordinat kartesian.
f_4	: \ddot{x} dalam bentuk koordinat kartesian.
f_5	: \ddot{y} dalam bentuk koordinat kartesian.
f_6	: \ddot{z} dalam bentuk koordinat kartesian.

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Permasalahan-permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Radar merupakan singkatan dari *Radio Detection and Ranging*, yang berarti deteksi dan penjarakan radio adalah suatu sistem gelombang elektromagnetik yang berguna untuk mendeteksi, mengukur jarak dan membuat map benda-benda seperti pesawat terbang, berbagai kendaraan bermotor dan informasi cuaca (hujan). Konsep radar adalah mengukur jarak dari sensor ke target. Ukuran jarak tersebut didapat dengan cara mengukur waktu yang dibutuhkan gelombang elektromagnetik selama penjalarannya mulai dari sensor ke target dan kembali lagi ke sensor. Pelacakan radar tiga dimensi adalah pengembangan dari pelacakan radar dua dimensi yang meliputi jarak atau *range* dan arah sudutnya, sedangkan dalam pelacakan radar tiga dimensi meliputi jarak atau *range*, dan dua sudut (atau, dalam kasus radar array bertahap, dua arah sudut), dan turunannya sebagai ruang keadaan. Dalam beberapa aplikasi, parameter-parameter terkait dengan target yang bergerak dapat dimasukkan di dalam *state vector* untuk setiap *filter* atau penyaring [1].

Faktor internal atau eksternal dari pelacakan radar,

dapat menghambat keakuratan pelacakan radar terhadap target. Faktor-faktor internal atau eksternal itu meliputi pergeseran arah sudut, target yang hilang, dan sebagainya. Sistem pengendalian pelacakan radar yang telah dirancang sesuai kebutuhan dengan tingkat pengukuran yang akurat akan terdapat suatu noise. Noise ukurannya sangat kecil dan noise tersebut dapat terjadi pada noise sistem pengendalian pelacakan radar. Walaupun ukurannya sangat kecil, noise-noise tersebut dapat menghambat kinerja dari sistem pelacakan radar. Untuk mengatasi masalah kinerja dari sistem pelacakan radar, noise tersebut harus dihilangkan. Dengan mengurangi noise pada sistem dan pengukuran tersebut diperlukan adanya suatu pendekatan yang lebih akurat dari sebelumnya. Suatu pendekatan yang dilakukan yaitu berupa adanya estimator untuk mengetahui tingkat noise tersebut. Estimator digunakan untuk memprediksi variabel-variabel kontrol pelacakan radar dengan adanya noise tersebut [2].

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Song-Taek Park dan Jang Gyu Lee pada tahun 2001 tentang "*Improved Kalman Filter Design for Three-Dimensional Radar Tracking*" [1]. Jurnal ini menjadi acuan utama dalam penulisan tugas akhir ini. Dalam jurnal ini, tingkat akurasi pengukuran dibandingkan antara metode Extended Kalman Filter dengan metode baru peningkatan dari desain Kalman Filter, dan hasil dari simulasi ditunjukkan bahwa pengembangan Kalman Filter ini lebih baik hasilnya dalam mengukur posisi target dan kecepatan target yang dilacak oleh radar. Setelah dilakukan pemahaman terhadap jurnal ini, peningkatan Kalman Filter yang ditulis adalah modifikasi dari metode Extended Kalman Filter. Dalam topik tugas akhir ini akan dikaji mengenai jurnal terkait di mana mengestimasi pengukuran yang tak linier dari sistem

pelacakan radar tiga dimensi. Sistem dinamik diasumsikan menjadi linier sedangkan pengukurannya tak linier, maka dari itu diperlukan pengembangan dari Extended Kalman Filter agar bisa mengestimasi pengukuran dengan baik dan benar. Harapannya, pengembangan atau modifikasi metode ini dapat juga diterapkan dalam kasus pengukuran yang tak linier lainnya. Berdasarkan hasil penelitian lain yang dilakukan oleh Aisha S dan Keerthana P pada tahun 2015 tentang Extended Kalman Filter Modelling for Tracking Radar with Missing Measurements [3]. Pengukuran yang hilang ditekankan pada bahasan ini, dan dimodelkan dengan variabel acak yang berdistribusi Binomial dan diperoleh hasil estimasi pengukuran pelacakan radar tiga dimensi yang masih dirasa kurang akurat. Extended Kalman Filter juga digunakan dalam penelitian Nousheen Fahmedha , P Chaitanya Prakashm Pooja A dan Rachana R pada tahun 2015 tentang "*Estimation of System Parameters Using Kalman Filter and Extended Kalman Filter*" [4]. Berdasarkan penelitian tersebut, metode Kalman Filter tidak bisa digunakan pada parameter sistem dan/atau pengukuran yang tak linier. Maka dari itu untuk sistem tak linier menggunakan Extended Kalman Filter. Algoritma yang didiskusikan pada jurnal tersebut bisa diaplikasikan dalam aplikasi lain termasuk navigasi, kontrol robot, ekonomi, dan sebagainya.

Dalam Tugas Akhir ini penulis membahas topik "*Estimasi Pelacakan Radar Tiga Dimensi menggunakan Modifikasi Extended Kalman Filter*". Penelitian ini bermaksud untuk mengestimasi variabel keadaan agar mendapatkan tingkat kesalahan estimasi yang sangat kecil.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, penulis menuliskan beberapa permasalahan yang akan dibahas dalam

penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut :

1. Bagaimana model dinamis pelacakan radar tiga dimensi?
2. Bagaimana hasil estimasi variabel posisi dan kecepatan dari target yang dilacak radar dengan menggunakan algoritma Extended Kalman Filter ?
3. Bagaimana hasil estimasi variabel posisi dan kecepatan dari target yang dilacak radar dengan menggunakan modifikasi algoritma Extended Kalman Filter ?

1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Sistem dinamis diasumsikan menjadi linier di mana vektor keadaan X_k terdiri dari posisi dan kecepatan dari target yaitu yang bergerak dalam ruang tiga dimensi.
2. Model pelacakan radar yang diteliti mempunyai tiga dimensi pengukuran yang tak linier yaitu jarak r , sudut putar θ , dan sudut elevasi ϕ .
3. Software yang digunakan untuk simulasi adalah MATLAB.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah :

1. Mengetahui model dinamis pelacakan radar tiga dimensi.
2. Mengetahui hasil estimasi variabel posisi dan kecepatan dari target yang dilacak radar dengan menggunakan algoritma Extended Kalman Filter.

3. Mengetahui hasil estimasi variabel posisi dan kecepatan dari target yang dilacak radar dengan menggunakan modifikasi algoritma Extended Kalman Filter.

1.5 Manfaat

Dari penelitian Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut :

1. Memperluas permasalahan yang dapat diterapkan dengan metode Extended Kalman Filter dan modifikasinya.
2. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi dengan menggunakan algoritma Extended Kalman Filter dan modifikasinya.
3. Sebagai bahan pertimbangan dalam estimasi sistem pelacakan radar tiga dimensi.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada Bab ini berisi tentang penelitian terdahulu, model dinamika pelacakan radar tiga dimensi dan Metode Extended Kalman Filter serta modifikasinya.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang

dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, mengidentifikasi model pelacakan radar tiga dimensi, Extended Kalman Filter dan Modifikasi Extended Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan implementasi metode Extended Kalman Filter dan modifikasinya. Tahap selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis hasil. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis serta saran.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada Bab ini dibahas mengenai penerapan model dinamik pelacakan radar tiga dimensi dengan metode Extended Kalman Filter dan modifikasinya. Selanjutnya akan diperoleh hasil estimasi dari Extended Kalman Filter dan modifikasinya Kalman Filter.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab ini berisi mengenai kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Selain itu juga diuraikan mengenai model dinamis pelacakan radar tiga dimensi serta algoritma Extended Kalman Filter sebagai modal awal pengembangan atau modifikasinya yang diterapkan ke dalam sistem pengukuran tak linier.

2.1 Penelitian Terdahulu

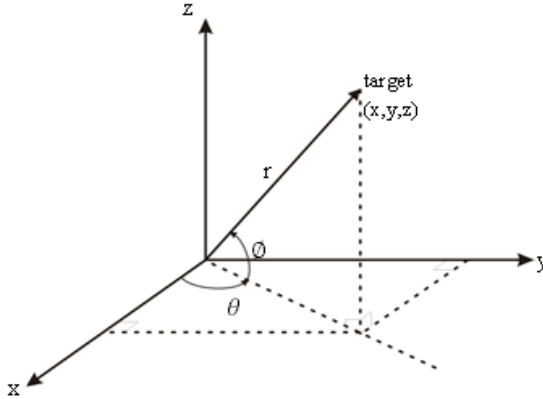
Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu penelitian yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Song-Taek Park dan Jang Gyu Lee pada tahun 2001 yang berjudul "*Improved Kalman Filter Design for Three-Dimensional Radar Tracking*". Pada penelitian tersebut menyatakan bahwa estimasi dari model dinamis pelacakan radar yang terdiri dari model tak linier telah menunjukkan hasil estimasi yang lebih baik dari pada menggunakan metode Extended Kalman Filter [1]. Penelitian tersebut yang menjadi acuan utama dalam tugas akhir ini. Dalam penelitian terkait, sistem dinamik diasumsikan menjadi linier sedangkan pengukurannya tak linier, maka dari itu diperlukan pengembangan dari Extended Kalman Filter agar bisa mengestimasi pengukuran dengan baik dan benar. Harapannya, pengembangan atau modifikasi metode ini dapat juga diterapkan dalam kasus pengukuran yang tak linier lainnya. Berdasarkan penelitian lainnya

yang ditulis oleh Aisha S pada tahun 2015 yang berjudul "*Extended Kalman Filter Modelling for Tracking Radar with Missing Measurements*". Pada penelitian tersebut dilatarbelakangi oleh pelacakan radar di mana pengukuran yang hilang karena faktor seperti kegagalan sensor sementara dan kemacetan jaringan. Pengukuran yang hilang dimodelkan oleh serangkaian variabel acak saling independen berdasarkan kepada Distribusi Bernoulli. Parameter filter yang diinginkan diperoleh dari memodifikasi persamaan Riccati dari bentuk rekursif. Algoritma filter menjamin bahwa kovarian kesalahan saringan terletak dalam batas yang dapat diterima untuk target dinamis yang berbeda [3].

Pelacakan radar sudah pernah diteliti juga oleh Donald Leskiw dalam jurnalnya yang berjudul "*The Extended Preferred Ordering Theorem for Radar Tracking Using the Extended Kalman Filter*" pada tahun 2011 [5]. Dalam jurnal tersebut pelacakan radar yang diukur adalah berdimensi dua, dan hasilnya menunjukkan bahwa metode Extended Kalman Filter cukup baik dalam mengestimasi pengukuran sistem, maka dari itu ingin juga diterapkan dalam pelacakan radar tiga dimensi. Pada penelitian lain yang ditulis oleh Nousheen Fahmedha pada tahun 2015 yang berjudul "*Estimation of System Parameters Using Kalman Filter and Extended Kalman Filter*". Pada penelitian tersebut metode Extended Kalman Filter dinyatakan lebih akurat dibandingkan dengan metode Kalman Filter karena memiliki rata-rata norm kovariansi error dan rata-rata error yang paling kecil dan model yang dipakai tak linier [4]. Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, pada Tugas Akhir ini dilakukan pengembangan atau modifikasi Extended Kalman Filter dalam estimasi pelacakan radar tiga dimensi.

2.2 Model Dinamis Pelacakan Radar Tiga Dimensi

Diasumsikan kasus yang terjadi pada pelacakan radar tiga dimensi, sensor mengukur target meliputi tiga dimensi berikut yaitu *range* (jarak) r , *azimuth angle* (sudut putar) θ , dan *elevation angle* (sudut elevasi) ϕ seperti ditunjukkan pada gambar berikut



Gambar 2.1: Konfigurasi geometri melalui r, θ, ϕ

dengan beberapa informasi penting :

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \cos \theta &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \sin \phi &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \cos \phi &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{aligned}$$

Range r menunjukkan jarak pengukuran target dari pusat pelacak, sedangkan *azimuth angle* atau sudut putar θ

menunjukkan arah gerak pelacak berputar searah sumbu x dan y dengan $0 \leq \theta \leq 2\pi$, dan *elevation angle* ϕ menunjukkan arah gerak pelacak berelevasi searah x,y ke sumbu z dengan $0 \leq \phi \leq \pi$. Maka persamaannya dapat dijabarkan melalui :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ \tan \phi &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan :

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (2.2)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (2.3)$$

Persamaan (2.1)-(2.3) merupakan model pengukuran yang akan dipakai dalam Tugas Akhir ini. Untuk memudahkan, ketiga persamaan (2.1) – (2.3) yang diperoleh dari bentuk sferis ditransformasikan ke dalam bentuk koordinat bola melalui transformasi pengukuran sebagai berikut :

$$x = r \cos \theta \cos \phi \quad (2.4)$$

$$y = r \sin \theta \cos \phi \quad (2.5)$$

$$z = r \sin \phi \quad (2.6)$$

dengan x, y , dan z adalah komponen skalar dari koordinat bola pengukuran yang dideskripsikan sebagai posisi dari target

yang bergerak dalam ruang tiga dimensi [6].

Dengan menggunakan aturan rantai, maka persamaan (2.4) – (2.6) menjadi sebagai berikut :

a Untuk variabel x

$x = r \cos \theta \cos \phi$ yang bergantung terhadap waktu t , menjadi :

$$x(t) = r(t) \cos(\theta(t)) \cos(\phi(t)) \quad (2.7)$$

dimisalkan :

$$\begin{aligned} u_1 &= r(t) \\ v_1 &= \cos(\theta(t)) \\ w_1 &= \cos(\phi(t)) \end{aligned}$$

dengan menggunakan sifat $(u_1 v_1)' = u_1' v_1 + v_1' u_1$ diturunkan dan didapat : $(u_1 v_1 w_1)' = u_1' v_1 w_1 + u_1 v_1' w_1 + u_1 v_1 w_1'$, sehingga persamaan (2.7) menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \frac{dr(t)}{dt} \cos(\theta(t)) \cos(\phi(t)) + r(t) \frac{d\cos(\theta(t))}{dt} \cos\phi(t) + \\ &\quad r(t) \cos\theta(t) \frac{d\cos(\phi(t))}{dt} \\ \frac{dx}{dt} &= \cos \theta \cos \phi \frac{dr}{dt} - r \sin \theta \cos \phi \frac{d\theta}{dt} - r \cos \theta \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \end{aligned}$$

b Untuk variabel y

$y = r \sin \theta \cos \phi$ yang bergantung terhadap waktu t , menjadi :

$$x(t) = r(t) \sin(\theta(t)) \cos(\phi(t)) \quad (2.8)$$

dimisalkan :

$$\begin{aligned} u_2 &= r(t) \\ v_2 &= \sin(\theta(t)) \\ w_2 &= \cos(\phi(t)) \end{aligned}$$

dengan menggunakan sifat $(u_2 v_2)' = u_2' v_2 + v_2' u_2$ diturunkan didapat :

$(u_2 v_2 w_2)' = u_2' v_2 w_2 + u_2 v_2' w_2 + u_2 v_2 w_2'$, sehingga persamaan (2.8) menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} &= \frac{dr(t)}{dt} \sin(\theta(t)) \cos(\phi(t)) + r(t) \frac{d \sin(\theta(t))}{dt} \cos \phi(t) + \\ &\quad r(t) \sin \theta(t) \frac{d \cos(\phi(t))}{dt} \\ \frac{dy}{dt} &= \sin \theta \cos \phi \frac{dr}{dt} + r \cos \theta \cos \phi \frac{d\theta}{dt} - r \sin \theta \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \end{aligned}$$

c Untuk variabel z

$z = r \sin \phi$ yang bergantung terhadap waktu t , menjadi :

$$z(t) = r(t) \sin(\phi(t)) \quad (2.9)$$

dimisalkan :

$$\begin{aligned} u_3 &= r(t) \\ v_3 &= \sin(\phi(t)) \end{aligned}$$

dengan menggunakan sifat $(u_3 v_3)' = u_3' v_3 + v_3' u_3$, sehingga persamaan (2.9) menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{dz(t)}{dt} &= \frac{dr(t)}{dt} \sin \phi(t) + r(t) \frac{d \sin(\phi(t))}{dt} \\ \frac{dz}{dt} &= \sin \phi \frac{dr}{dt} + r \cos \phi \frac{d\phi}{dt} \end{aligned}$$

dengan demikian, didapatkan model dinamisnya sebagai berikut :

$$\frac{dx}{dt} = \cos \theta \cos \phi \frac{dr}{dt} - r \sin \theta \cos \phi \frac{d\theta}{dt} - r \cos \theta \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \quad (2.10)$$

$$\frac{dy}{dt} = \sin \theta \cos \phi \frac{dr}{dt} + r \cos \theta \cos \phi \frac{d\theta}{dt} - r \sin \theta \sin \phi \frac{d\phi}{dt} \quad (2.11)$$

$$\frac{dz}{dt} = \sin \phi \frac{dr}{dt} + r \cos \phi \frac{d\phi}{dt}. \quad (2.12)$$

Persamaan (2.10)–(2.12) adalah sistem dinamis yang akan diestimasi menggunakan Extended Kalman Filter dan modifikasinya serta dapat dibentuk sebagai ruang keadaan :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\phi & -r\sin\theta\cos\phi & -r\cos\theta\sin\phi \\ \sin\theta\cos\phi & r\cos\theta\cos\phi & -r\sin\theta\sin\phi \\ \sin\phi & 0 & r\cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dr}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\phi}{dt} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Bentuk dari Persamaan(2.13) adalah ruang keadaan yang akan digunakan dalam estimasi nantinya dengan nilai dari $\frac{dr}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\phi}{dt} = 1$ karena dianggap sebagai vektor satuan kecepatan.

2.3 Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E. Kalman pada tahun 1960 [6]. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linear. Kalman filter mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran [7]. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis sebagai berikut:

Model sistem :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

Model pengukuran :

$$z_k = Hx_k + v_k$$

dengan asumsi :

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi yaitu memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error* atau norm kovariansi *error*.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error* [8].

Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter diberikan pada Tabel 2.1

Tabel 2.1: Algoritma Kalman Filter (KF)

Model Sistem	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$
Model Pengukuran	$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k),$ $v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_{(k+1)}^- = A\hat{x}_k + Bu_k$ Kovarian error : $P_{k+1}^- = AP_kA^T + GQG^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_k = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}] P_{k+1}^-$ $[I - K_{k+1}H_{k+1}]^T + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}^T$

2.4 Metode Extended Kalman Filter

Dalam Kalman Filter model yang digunakan adalah linier, tetapi pada kenyataannya banyak model tak linier. Oleh sebab itu, dikembangkan metode Extended Kalman Filter yang digunakan untuk menyelesaikan model tak linier. Misalkan diberikan model stokastik tak linier :

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k \quad (2.14)$$

dengan model pengukuran tak linier $Z_k \in R^n$ yang memenuhi

$$Z_k = h_k(X_k) + v_k \quad (2.15)$$

yang mana diasumsikan bahwa $X_0 \sim N(\hat{X}_0, P_{X_0})$, $w_k \sim N(0, Q_k)$, dan $v_k \sim N(0, R_k)$ memiliki sebaran normal dan diasumsikan *white*, artinya tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal \hat{X}_0 .

Sebelum proses estimasi, dilakukan proses linearisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses linierisasi dilakukan dengan mendefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} X_{k+1}^* &= f(\hat{X}_k, u_k) \\ Z_{k+1}^* &= h(X_{k+1}^*) \\ A = [A_{i,j}] &= \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(\hat{X}_k, u_k) \right] \\ H = [H_{i,j}] &= \left[\frac{\partial h_i}{\partial X_j}(X_{k+1}^*) \right] \end{aligned}$$

A dan H adalah matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap arah X . Modifikasi dari algoritma Kalman Filter inilah yang disebut algoritma Extended Kalman Filter [8]. Algoritma Extended Kalman Filter diberikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.2: Algoritma Extended Kalman Filter (KF)

Model Sistem	$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$Z_{k+1} = h(X_{k+1}) + v_k$
Asumsi	$X_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{X_0}), w_k \sim N(0, Q_k),$ $v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{X}_0 = \bar{X}_0$ $P_0 = P_{X_0}$
Tahap Prediksi	$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(\hat{X}_k, u_k) \right]$ Estimasi : $\hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T$ $[H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}]^{-1}$ Estimasi : $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1}(Z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-))$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$

2.5 Modifikasi Extended Kalman Filter

Modifikasi Extended Kalman Filter merupakan hasil pengembangan dari metode Extended Kalman Filter. Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan oleh Song Taek Park dan Jan Gyu Lee [1], berikut akan dijelaskan bagaimana modifikasi Extended Kalman Filter dirumuskan secara langsung pada kasus pelacakan radar tiga dimensi. Secara garis besar, metode ini sama dengan metode Extended Kalman Filter. Perbedaan yang paling utama adalah

perbedaan kovarian error pengukuran R_{k+1}^p dan penambahan mean buatan μ_k^p ke dalam tahap koreksi, sedangkan pada tahap prediksi sama dengan metode Extended Kalman Filter. Sepenuhnya, penurunan model sistem dan model pengukuran serta asumsi-asumsi yang dibuat sama dengan metode yang sudah dijelaskan sebelumnya. Berikut akan dijabarkan runtutan algoritma pengembangan dari metode Extended Kalman Filter ini.

Berdasarkan Persamaan pengukuran (2.15), Pada modifikasi Extended Kalman Filter Persamaan ini direpresentasikan dalam bentuk :

$$Z_k = \begin{pmatrix} r_k^m \\ \theta_k^m \\ \phi_k^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_k^r \\ v_k^\theta \\ v_k^\phi \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

persamaan yang ditulis pada (2.16), m mengacu pada hasil pengukuran. Dengan mentransformasikan vektor pengukuran ke koordinat bola melalui transformasi pengukuran mengikuti

$$\begin{pmatrix} x_k^m \\ y_k^m \\ z_k^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_k^m \cos \theta_k^m \cos \phi_k^m \\ r_k^m \sin \theta_k^m \cos \phi_k^m \\ r_k^m \sin \theta_k^m \sin \phi_k^m \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Pada baris ke-3 dalam Persamaan (2.17) di atas tidak punya bentuk $z_k^m = r_k^m \sin \phi_k^m$. Unsur semu $\cos v_k^\theta$ telah disisipkan untuk menyederhanakan representasi dari kesalahan pengukuran koordinat bola. Menggunakan (2.16) pengukuran yang diukur dapat diekspresikan sebagai

$$\begin{pmatrix} x_k^m \\ y_k^m \\ z_k^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \cos(\theta_k + v_k^\theta) \cos(\phi_k + v_k^\phi) \\ (r_k + v_k^r) \sin(\theta_k + v_k^\theta) \cos(\phi_k + v_k^\phi) \\ (r_k + v_k^r) \sin(\theta_k + v_k^\theta) \sin(\phi_k + v_k^\phi) \end{pmatrix}$$

$$= C_k \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \cos v_k^\phi \\ (r_k + v_k^r) \sin v_k^\theta \cos v_k^\phi \\ (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \sin v_k^\phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \sin \theta_k \sin \phi_k \sin v_k^\theta \sin v_k^\phi \\ -(r_k + v_k^r) \cos \theta_k \sin \phi_k \sin v_k^\theta \sin v_k^\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

dengan C_k adalah matriks transformasi didefinisikan oleh :

$$C_k = \begin{pmatrix} \cos \theta_k \cos \phi_k & -\sin \theta_k \cos \phi_k & \cos \theta_k \sin \phi_k \\ \sin \theta_k \cos \phi_k & \cos \theta_k \sin \phi_k & -\sin \theta_k \sin \phi_k \\ \sin \phi_k & 0 & \cos \phi_k \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Bentuk koordinat yang sebenarnya dari posisi target adalah :

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_k \cos \theta_k \cos \phi_k \\ r_k \sin \theta_k \cos \phi_k \\ r_k \sin \phi_k \end{pmatrix} \\ = C_k \begin{pmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

dari (2.18) dan (2.20), error-error antara bentuk koordinat sebenarnya dengan bentuk koordinat dengan gangguan untuk setiap koordinat dapat direpresentasikan sebagai

$$\begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k^m - x_k \\ y_k^m - y_k \\ z_k^m - z_k \end{pmatrix} \\ = C_k \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \cos v_k^\phi - r_k \\ (r_k + v_k^r) \sin v_k^\theta \cos v_k^\phi \\ (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \sin v_k^\phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \sin \theta_k \sin \phi_k \sin v_k^\theta \sin v_k^\phi \\ -(r_k + v_k^r) \cos \theta_k \sin \phi_k \sin v_k^\theta \sin v_k^\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Didefinisikan matriks T_k berukuran 3×4 dengan elemennya C_k yang sudah disebutkan pada (2.19) sebagai berikut -

$$T_k = \left(C_k \mid \begin{array}{c} \sin \theta_k \sin \phi_k \\ -\cos \theta_k \sin \phi_k \\ 0 \end{array} \right) \quad (2.22)$$

Vektor kesalahan (2.21) dapat direpresentasikan dalam bentuk lebih sederhana mengikuti :

$$\begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \end{pmatrix} = T_k \begin{pmatrix} (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \cos v_k^\phi - r_k \\ (r_k + v_k^r) \sin v_k^\theta \cos v_k^\phi \\ (r_k + v_k^r) \cos v_k^\theta \sin v_k^\phi \\ (r_k + v_k^r) \sin v_k^\theta \sin v_k^\phi \end{pmatrix}$$

Mean dan kovariansi error dari vektor kesalahan pengukuran koordinat dapat diperoleh, diberikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \mu_k^c &= \begin{pmatrix} E[\Delta x_k] \\ E[\Delta y_k] \\ E[\Delta z_k] \end{pmatrix} \\ &= T_k \begin{pmatrix} r_k (e^{\frac{-(\sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^2)}{2}} - 1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= T_k \begin{pmatrix} -r_k \frac{(\sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^2)}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

dan

$$\begin{aligned} R_k^c &= \begin{pmatrix} \text{var}(\Delta x_k) & \text{cov}(\Delta x_k, \Delta y_k) & \text{cov}(\Delta x_k, \Delta z_k) \\ \text{cov}(\Delta x_k, \Delta y_k) & \text{var}(\Delta y_k) & \text{cov}(\Delta y_k, \Delta z_k) \\ \text{cov}(\Delta x_k, \Delta z_k) & \text{cov}(\Delta y_k, \Delta z_k) & \text{var}(\Delta z_k) \end{pmatrix} \\ &= T_k \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

dengan T_k pada Persamaan (2.22) dan elemen-elemen R_k^c sebagai berikut

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{(r_k^2 + \sigma_r^2)(1 + e^{-2\sigma_\theta^2})(1 + e^{-2\sigma_\phi^2})}{4 - r_k^2 e^{-(\sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^2)}} \\ b_{22} &= \frac{(r_k^2 + \sigma_r^2)(1 - e^{-2\sigma_\theta^2})(1 + e^{-2\sigma_\phi^2})}{4} \\ c_{33} &= \frac{(r_k^2 + \sigma_r^2)(1 + e^{-2\sigma_\theta^2})(1 - e^{-2\sigma_\phi^2})}{4} \\ d_{44} &= \frac{(r_k^2 + \sigma_r^2)(1 - e^{-2\sigma_\theta^2})(1 - e^{-2\sigma_\phi^2})}{4} \end{aligned}$$

Di sini Ekspektasi dievaluasi di bawah asumsi *Gaussian*, menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned} E[\sin v_k^\theta] &= 0 \\ E[\cos v_k^\theta] &= e^{-\sigma_\theta^2/2} \\ E[\sin^2 v_k^\theta] &= \frac{(1 - e^{-2\sigma_\theta^2})}{2} \\ E[\cos^2 v_k^\theta] &= \frac{(1 + e^{-2\sigma_\theta^2})}{2} \end{aligned}$$

Sehingga didapat

$$R_k^c \approx T_k \begin{pmatrix} \sigma_r^2 + \frac{r_k^2(\sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^4)}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_k^2 \sigma_\theta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_k^2 \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_k^2 \sigma_\theta^2 \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} T_k^T$$

Seperti yang sudah didefinisikan model pengukuran pada

Persamaan (2.1)-(2.3) maka dapat ditulis kembali

$$\begin{aligned}
 h(X_k) &= \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}\right) \end{pmatrix} \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

model pengukuran (2.25) dilinierkan menggunakan Metode Jacobian sebagai berikut:

$$H = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j}(X_k) \right]$$

Sehingga matriks H menjadi

$$H = \begin{pmatrix} \cos\theta_k \cos\phi_k & \sin\theta_k \cos\phi_k & \sin\phi_k & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sin\theta_k}{r_k \cos\phi_k} & \frac{\cos\theta_k}{r_k \cos\phi_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\cos\theta_k \sin\phi_k}{r_k} & -\frac{\sin\theta_k \sin\phi_k}{r_k} & \frac{\cos\phi_k}{r_k} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dengan mengubah elemennya menjadi koordinat kartesian, didapatkan :

$$H = \begin{pmatrix} \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y_k}{x_k \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{-y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Matriks H pada Persamaan (2.26) inilah yang nanti akan digunakan dalam algoritma Modifikasi EKF. Dicari juga J_k

adalah matriks Jacobian posisinya.

$$\begin{aligned}
 J_k &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \phi} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \theta_k \cos \phi_k & -r_k \sin \theta_k \cos \phi_k & -r_k \cos \theta_k \sin \phi_k \\ \sin \theta_k \cos \phi_k & r_k \cos \theta_k \cos \phi_k & -r_k \sin \theta_k \sin \phi_k \\ \sin \phi_k & 0 & r_k \cos \phi_k \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

dengan mengubah elemennya menjadi koordinat kartesian, didapatkan :

$$J_k = \begin{pmatrix} \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & y_k & -\frac{x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\ \frac{y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & x_k & -\frac{y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\ \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & 0 & \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Setelah itu untuk mendapatkan R_k^p didapat melalui :

$$\begin{aligned}
 R_k^p &= J_k^{-1} R_k^c (J_k^{-1})^T \\
 R_k^p &\approx \begin{pmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{33} \end{pmatrix} \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

dengan J_k pada Persamaan (2.27) dan elemen R_k^p pada Persamaan (2.28) adalah

$$\begin{aligned}
 r_{11} &\approx \sigma_r^2 + (r_k^2(\sigma_\theta^4 + \sigma_\phi^4))/2 + r_k^2 \sigma_\theta^2 \sigma_\phi^2 \cos^4(\phi_k) + r_k^2 \sigma_\phi^2 \sigma_\phi^2 \\
 r_{22} &\approx \sigma_\theta^2 \\
 r_{33} &\approx \sigma_\phi^2
 \end{aligned}$$

Karena nilai σ_θ^2 dan σ_ϕ^2 relatif kecil, maka nilainya diabaikan sehingga R_k^p menjadi :

$$R_k^p \approx \begin{pmatrix} \sigma_r^2 + \frac{r_k^2(\sigma_\theta^4 + \sigma_\phi^4)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Selanjutnya akan dijabarkan bagaimana mendapatkan μ_k^p . Didefinisikan Tahap Koreksi pada Modifikasi Extended Kalman Filter :

$$J_k^{-1}(Z_k - H_k \hat{x}_k - \mu_k^c) \approx \begin{pmatrix} \tilde{r}_k^m - \frac{r_k}{2} [(\tilde{\theta}_k^m)^2 + (\tilde{\phi}_k^m)^2 - \sigma_\theta^2 - \sigma_\phi^2] \\ \tilde{\theta}_k^m (1 - \tilde{\phi}_k^m \tan \phi_k) \\ \tilde{\phi}_k^m \end{pmatrix}$$

dengan

$$\tilde{r}_k^m = r_k^m - r_k, \tilde{\theta}_k^m = \theta_k^m - \theta_k, \tilde{\phi}_k^m = \phi_k^m - \phi_k \quad (2.30)$$

di mana elemen-elemen dari Persamaan (2.30) dapat dilihat dari Persamaan (2.16) dan (2.25). Diasumsikan bahwa $|\tilde{\phi}_k^m \tan \phi_k| \ll 1$ sehingga didapat

$$J_k^{-1}(Z_k - H_k \hat{x}_k - \mu_k^c) \approx Z_k - h(X_k) - \mu_k^p \quad (2.31)$$

Persamaan (2.30) yang akan digunakan dalam Tahap Koreksi Modifikasi Extended Kalman Filter, dengan

$$\mu_k^p \approx \begin{pmatrix} r_k \left[(\theta_k^m)^2 + (\phi_k^m)^2 - \sigma_\theta^2 - \sigma_\phi^2 \right] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Kovarian error R_k^p pada Persamaan (2.29) dan mean μ_k^p pada Persamaan (2.32) tersebut yang akan disisipkan ke dalam modifikasi EKF, modifikasi EKF diberikan pada Tabel 2.3

Tabel 2.3: Modifikasi Algoritma Extended Kalman Filter

Model Sistem	$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$Z_{k+1} = h(X_{k+1}) + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{X_0}), w_k \sim N(0, Q_k),$ $v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{X}_0 = \bar{X}_0$ $P_0 = P_{X_0}$
Tahap Prediksi	$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(\hat{X}_k, u_k) \right]$ Estimasi : $\hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T$ $[H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}^p]^{-1}$ Estimasi : $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^-$ $+ K_{k+1}(z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-) - \mu_{k+1}^p)$ Kovarian <i>error</i> : $P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi pelacakan radar tiga dimensi menggunakan metode Extended Kalman Filter dan modifikasinya. Tahapan penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri atas tujuh tahap, yaitu studi literature, mengkaji model dinamika pelacakan radar tiga dimensi, Extended Kalman Filter dan modifikasinya, implementasi metode, analisis dan pembahasan, penarikan kesimpulan, dan pembuatan laporan Tugas Akhir. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang model dinamika pelacakan radar, algoritma Extended Kalman Filter dan modifikasinya. Referensi yang digunakan adalah buku-buku, skripsi, thesis dan paper-paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik pada Tugas Akhir ini.

3.2 Identifikasi model dinamis pelacakan radar tiga dimensi, Extended Kalman Filter dan modifikasinya

Pada tahap ini akan dilakukan pemahaman mengenai model dinamika pelacakan radar tiga dimensi. Model pelacakan radar tiga dimensi merupakan model tak linier dan akan dibentuk model *state space* yang selanjutnya dilakukan pendiskritan. Selanjutnya akan dilakukan estimasi sistem dengan menggunakan Extended Kalman Filter di antaranya pelinieran yang digunakan sebagai matriks masukan dalam

sistem. Setelah itu diolah ke tahap prediksi, koreksi dan simulasi. Selanjutnya akan dilakukan pengkajian mengenai modifikasi algoritma Extended Kalman Filter yang tidak jauh beda dengan algoritma Extended Kalman Filter tetapi dikembangkan dari metode sebelumnya dan langsung diterapkan ke dalam model pengukuran pelacakan radar tiga dimensi yang mewakili model pengukuran tak linier.

3.3 Implementasi metode Extended Kalman Filter

Metode Extended Kalman Filter digunakan untuk sistem model tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi target dalam pelacakan radar dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter adalah sebagai berikut :

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran
Berdasarkan persamaan (2.13)-(2.14) perihal model sistem dan model pengukuran metode Extended Kalman Filter diperoleh model sistemnya yaitu pada persamaan (2.1)-(2.3) dan model pengukuran :

$$Z_k = h_k(X_k) + v_k$$

$$Z_k = \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_k^r \\ v_k^\theta \\ v_k^\phi \end{pmatrix}$$

- b. Pendiskritan

Metode Extended Kalman Filter yang digunakan yaitu algoritma Extended Kalman Filter waktu diskrit (*Discrete-time* Extended Kalman Filter). Oleh karena itu, model pelacakan radar tiga dimensi didiskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena

diprediksi satu langkah ke depan.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \\ \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = \frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} \\ \dot{z} &= \frac{dz}{dt} = \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t}\end{aligned}$$

c. Pelinieran

Model dinamika pelacakan radar tiga dimensi merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran dengan menggunakan Metode Jacobian sehingga didapat matriks Jacobaian sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_k} & \frac{\partial f_1}{\partial y_k} & \frac{\partial f_1}{\partial z_k} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_k} & \frac{\partial f_2}{\partial y_k} & \frac{\partial f_2}{\partial z_k} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_k} & \frac{\partial f_3}{\partial y_k} & \frac{\partial f_3}{\partial z_k} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_k} & \frac{\partial f_4}{\partial y_k} & \frac{\partial f_4}{\partial z_k} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_k} & \frac{\partial f_5}{\partial y_k} & \frac{\partial f_5}{\partial z_k} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_k} & \frac{\partial f_6}{\partial y_k} & \frac{\partial f_6}{\partial z_k} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^z} \end{pmatrix}$$

d. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem

e. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Pada tahap ini, perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil pula.

3.4 Implementasi modifikasi metode Extended Kalman Filter

Modifikasi metode Extended Kalman Filter juga digunakan sistem model tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi target dalam pelacakan radar dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter tidak jauh berbeda dengan algoritma Extended Kalman Filter adalah sebagai berikut :

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran
Berdasarkan persamaan (2.13)-(2.14) perihal model sistem dan model pengukuran metode Extended Kalman Filter diperoleh model sistemnya yaitu pada persamaan (2.1)-(2.3) dan model pengukuran :

$$\begin{aligned} Z_k &= h_k(X_k) + v_k \\ Z_k &= \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_k^r \\ v_k^\theta \\ v_k^\phi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- b. Pendiskritan

Metode Extended Kalman Filter yang digunakan yaitu algoritma Extended Kalman Filter waktu diskrit (*Discrete-time* Extended Kalman Filter). Oleh karena itu, model pelacakan radar tiga dimensi didiskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena diprediksi satu langkah ke depan.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \\ \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = \frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} \\ \dot{z} &= \frac{dz}{dt} = \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} \end{aligned}$$

c. Pelinieran

Model dinamika pelacakan radar tiga dimensi merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran dengan menggunakan Metode Jacobian sehingga didapat matriks Jacobian sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_k} & \frac{\partial f_1}{\partial y_k} & \frac{\partial f_1}{\partial z_k} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_k} & \frac{\partial f_2}{\partial y_k} & \frac{\partial f_2}{\partial z_k} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_k} & \frac{\partial f_3}{\partial y_k} & \frac{\partial f_3}{\partial z_k} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_k} & \frac{\partial f_4}{\partial y_k} & \frac{\partial f_4}{\partial z_k} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_k} & \frac{\partial f_5}{\partial y_k} & \frac{\partial f_5}{\partial z_k} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_k} & \frac{\partial f_6}{\partial y_k} & \frac{\partial f_6}{\partial z_k} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^z} \end{pmatrix}$$

d. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem

e. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Pada Bab II, sudah dicari μ_{k+1}^p dan R_{k+1}^p yang akan disisipkan ke dalam tahap ini. Pada tahap ini, perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil pula.

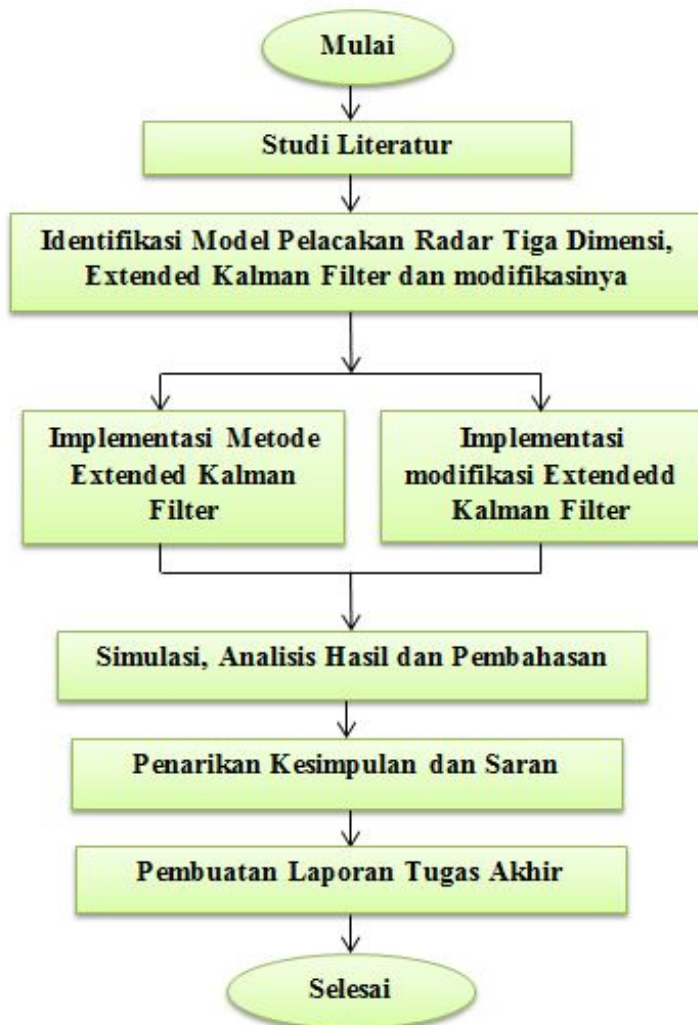
3.5 Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan penerapan model pelacakan radar tiga dimensi dengan algoritma Extended Kalman Filter dan modifikasi Extended Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan software MATLAB untuk mengetahui hasil estimasi dan dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya

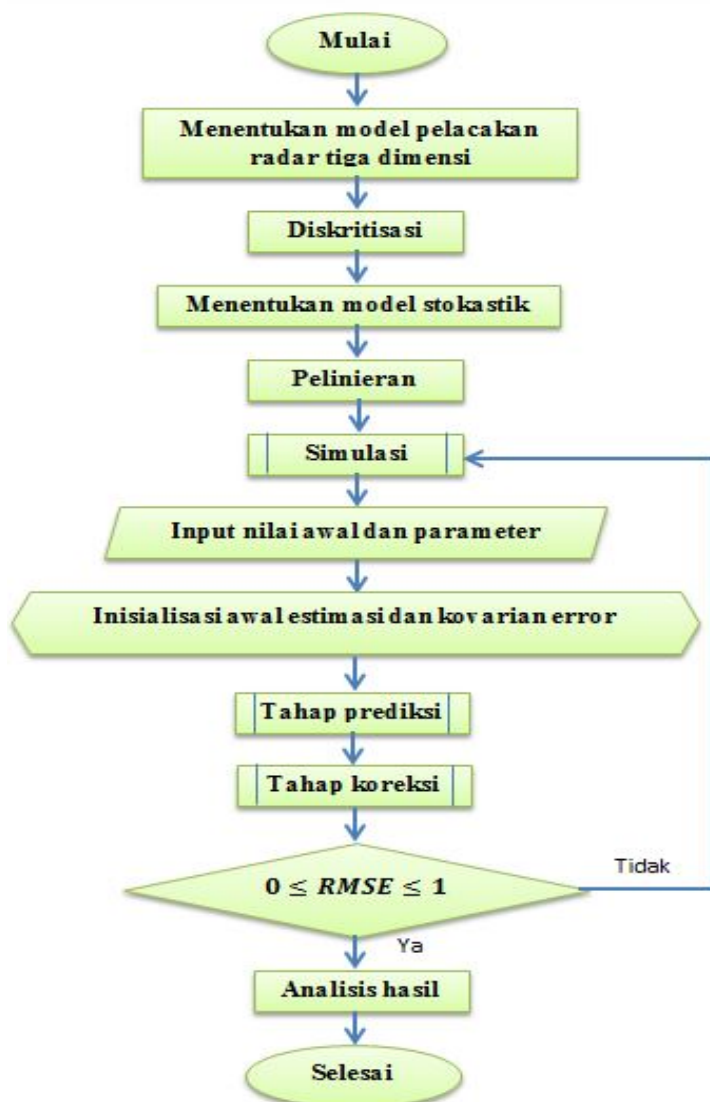
dan dilakukan perbandingan antara metode Extended Kalman Filter dan modifikasi dari metode ini, mana yang lebih sensitif pada estimasi pengukuran sistem pelacakan radar tiga dimensi akan dibahas pada tahap ini.

3.6 Penarikan Kesimpulan dan Saran

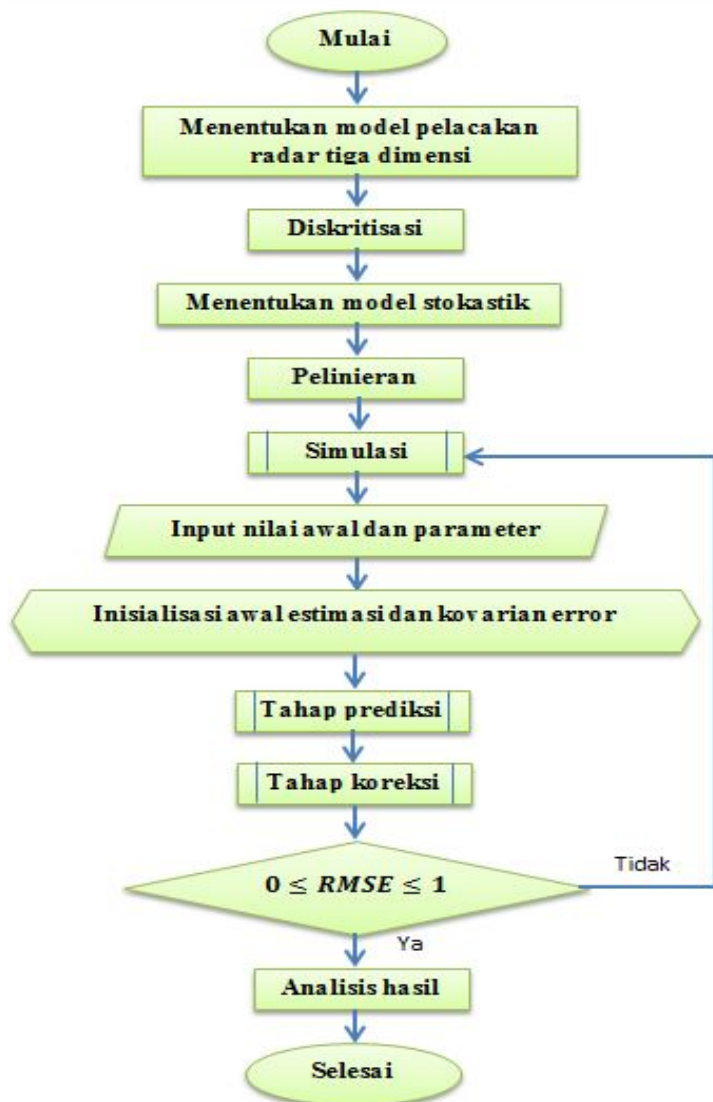
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil kesimpulan-kesimpulan yang terjadi diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.



Gambar 3.1: Diagram Alur Penelitian



Gambar 3.2: Diagram Alur Metode EKF



Gambar 3.3: Diagram Alur Modifikasi EKF

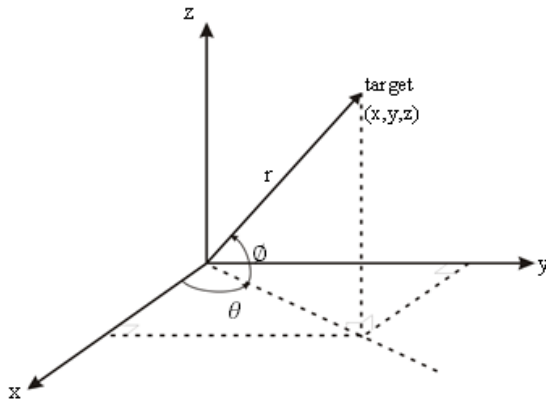
BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai estimasi optimal pada sistem pelacakan radar tiga dimensi. Pembahasan diawali dengan pembentukan model ruang keadaan (*state space*) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses estimasi dengan algoritma Extended Kalman Filter dan juga dilakukan proses estimasi dengan modifikasi dari algoritma yang langsung diterapkan dalam sistem pelacakan radar tiga dimensi. Setelah itu melakukan simulasi dengan *software* MATLAB untuk memperoleh tingkat keakurasian dari kedua algoritma dan menganalisis hasilnya.

4.1 Persamaan Pelacakan Radar Tiga Dimensi

Pada bagian ini akan dibahas bagaimana model pelacakan radar tiga dimensi. Seperti yang telah dijelaskan pada Bab II melalui gambar dan persamaan berikut :



dengan beberapa informasi penting :

$$\begin{aligned}
 \sin\theta &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\
 \cos\theta &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\
 \sin\phi &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\
 \cos\phi &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\
 \tan\theta &= \frac{y}{x} \\
 \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\
 \tan\phi &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\
 \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)
 \end{aligned}$$

Persamaan pelacakan radar tiga dimensi yang diperoleh pada persamaan (2.13) dengan hanya mengambil matriks A nya, yaitu :

$$\dot{x} = \cos\theta\cos\phi - r\sin\theta\cos\phi - r\cos\theta\sin\phi \quad (4.1)$$

$$\dot{y} = \sin\theta\cos\phi + r\cos\theta\cos\phi - r\sin\theta\sin\phi \quad (4.2)$$

$$\dot{z} = \sin\phi + r\cos\phi \quad (4.3)$$

Karena yang diestimasi perubahan posisi dan kecepatan terhadap waktu yang akan datang maka juga didapatkan :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}^x &= -2\sin\theta\cos\phi - 2\cos\theta\sin\phi - 2\sin\theta\cos\phi - 2r\cos\theta\cos\phi + \\
 &\quad 2r\sin\theta\sin\phi
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\dot{V}^y = 2\cos\theta\cos\phi - 2\sin\theta\sin\phi + 2\cos\theta\cos\phi - 2r\sin\theta\cos\phi - 2r\cos\theta\sin\phi \quad (4.5)$$

$$\dot{V}^z = 2\cos\phi - r\sin\phi \quad (4.6)$$

dengan kata lain, Persamaan (4.1) – (4.6) dapat dimisalkan sebagai Persamaan (4.7) – (4.12) berikut dengan mentransformasikan menjadi koordinat kartesian untuk setiap elemennya.

$$f_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - y - \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.7)$$

$$f_2 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + x - \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.8)$$

$$f_3 = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.9)$$

$$f_4 = \frac{-2y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{2xz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\sqrt{x^2 + y^2}} - 2x + \frac{2yz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.10)$$

$$f_5 = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{2yz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\sqrt{x^2 + y^2}} - 2y - \frac{2xz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.11)$$

$$f_6 = \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - z \quad (4.12)$$

Dari Persamaan (4.7) – (4.12) diperoleh persamaan ruang keadaan waktu kontinu yaitu

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{V}^x \\ \dot{V}^y \\ \dot{V}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} - \frac{z}{s} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{r} - \frac{z}{s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} + \frac{s}{z} & 0 & 0 & 0 \\ -2 - \frac{2z}{rs} & \frac{-2}{r} & \frac{2y}{z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{r} & -2 - \frac{2z}{rs} & \frac{-2x}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2s}{zr} - 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ V^x \\ V^y \\ V^z \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ s &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

dan keluarannya adalah

$$\begin{aligned} Z &= h(X) \\ &= \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \phi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

di mana

x : Posisi target pada sumbu x

y : Posisi target pada sumbu y

z : Posisi target pada sumbu z

V^x : Kecepatan target pada sumbu x

V^y : Kecepatan target pada sumbu y

V^z : Kecepatan target pada sumbu z

r : Jarak pelacak ke target

θ : Sudut putar antara sumbu x dan y

ϕ : Sudut elevasi antara sumbu x, y dan z

4.1.1 Diskritisasi

Persamaan pelacakan radar tiga dimensi tersebut merupakan model sistem dinamik deterministik waktu kontinu. Persamaan pelacakan radar tiga dimensi tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Berdasarkan persamaan (4.7) – (4.12) untuk memperoleh sistem Persamaan waktu diskrit dapat menggunakan metode

beda hingga maju yang sudah dijelaskan pada Bab II sehingga persamaan (4.7) – (4.12) menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} &= \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - y_k - \frac{x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\
\frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} &= \frac{y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + x_k - \frac{y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\
\frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} &= \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\
\frac{V_{k+1}^x - V_k^x}{\Delta t} &= \frac{-2y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x^2 + y^2}} \\
&\quad - 2x_k + \frac{2y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\
\frac{V_k^{y+1} - V_k^y}{\Delta t} &= \frac{2x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\
&\quad - 2y_k - \frac{2x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\
\frac{V_k^{z+1} - V_k^z}{\Delta t} &= \frac{2\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - z_k
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Persamaan (4.13) dioperasikan sehingga menjadi

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= \frac{\Delta t x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \Delta t y_k - \frac{\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + x_k \\
y_{k+1} &= \frac{\Delta t y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + \Delta t x_k - \frac{\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + y_k \\
z_{k+1} &= \frac{\Delta t z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + \Delta t \sqrt{x_k^2 + y_k^2} + z_k \\
V_{k+1}^x &= \frac{-2\Delta t y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} - 2\Delta t x_k \\
&\quad + \frac{2\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x^2 + y^2}} + V_k^x \\
V_{k+1}^y &= \frac{2\Delta t x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} - 2\Delta t y_k \\
&\quad - \frac{2\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x^2 + y^2}} + V_k^y \\
V_{k+1}^z &= \frac{2\Delta t \sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \Delta t z_k + V_k^z
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Persamaan (4.14) merupakan model dinamis pelacakan radar tiga dimensi waktu diskrit. Sehingga sistem model dapat disajikan dalam bentuk Persamaan ruang keadaan (*state space*) yaitu

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ V_{k+1}^x \\ V_{k+1}^y \\ V_{k+1}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\Delta t & -\frac{\Delta t x_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\frac{\Delta t y_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t s_k}{x_k} & 0 & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{2\Delta t}{r_k} & \frac{2\Delta t y_k}{r_k} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2\Delta t}{r_k} & -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{s_k}{r_k} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2\Delta t s_k}{x_k r_k} & 0 & -\Delta t & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ V_k^x \\ V_k^y \\ V_k^z \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} r_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\ s_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \end{aligned}$$

dan keluarannya adalah

$$\begin{aligned} Z_k &= h(X_k) \\ &= \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}\right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4.1.2 Pembentukan Sistem Diskrit Stokastik

Model dinamis pelacakan radar tiga dimensi pada (4.14) merupakan sistem deterministik. Model tersebut mengabaikan adanya *noise* atau gangguan. *Noise-noise* tersebut dapat terjadi pada model sistem seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil namun perlu diperhitungkan adanya suatu *noise*. Persamaan pelacakan radar tiga dimensi dengan mempertimbangkan adanya suatu *noise* maka persamaan (4.14) menjadi

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= \frac{\Delta t x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \Delta t y_k - \frac{\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + x_k + w_{1k} \\
 y_{k+1} &= \frac{\Delta t y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + \Delta t x_k - \frac{\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + y_k + w_{2k} \\
 z_{k+1} &= \frac{\Delta t z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} + \Delta t \sqrt{x_k^2 + y_k^2} + z_k + w_{3k} \\
 V_{k+1}^x &= \frac{-2\Delta t y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} - 2\Delta t x_k \\
 &\quad + \frac{2\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + V_k^x + w_{4k} \\
 V_{k+1}^y &= \frac{2\Delta t x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \frac{2\Delta t y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} - 2\Delta t y_k \\
 &\quad - \frac{2\Delta t x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + V_k^y + w_{5k} \\
 V_{k+1}^z &= \frac{2\Delta t \sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} - \Delta t z_k + V_k^z + w_{6k}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Menyesuaikan dengan bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik stokastik diskrit dalam algoritma Extended Kalman Filter yaitu :

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_k X_k + B_k u_k + G_k w_k \\ Z_k &= h_k(X_k) + v_k \end{aligned}$$

Sehingga dari Persamaan (4.15) ruang keadaan menjadi :

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ V_{k+1}^x \\ V_{k+1}^y \\ V_{k+1}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\Delta t & -\frac{\Delta t x_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\frac{\Delta t y_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t s_k}{x_k} & 0 & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{2\Delta t}{r_k} & \frac{2\Delta t y_k}{r_k} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2\Delta t}{r_k} & -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{s_k}{2\Delta t x_k} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2\Delta t s_k}{x_k r_k} & 0 & -\Delta t & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ V_k^x \\ V_k^y \\ V_k^z \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ w_{5k} \\ w_{6k} \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} r_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\ s_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \end{aligned}$$

dan keluarannya adalah

$$\begin{aligned}
 Z_k &= h(X_k) + v_k \\
 &= \begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\Delta t & -\frac{\Delta t x_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & -\frac{\Delta t y_k}{s_k} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t s_k}{x_k} & 0 & \frac{\Delta t}{r_k} + 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{2\Delta t}{r_k} & \frac{2\Delta t y_k}{r_k} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2\Delta t}{r_k} & -2\Delta t - \frac{2\Delta t z_k}{r_k s_k} & -\frac{2\Delta t x_k}{s_k} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2\Delta t s_k}{x_k r_k} & 0 & -\Delta t & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 r_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} \\
 s_k &= \sqrt{x_k^2 + y_k^2}
 \end{aligned}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.2 Implementasi Extended Kalman Filter

Langkah awal dari algoritma *Extended Kalman Filter* membutuhkan nilai awal dari variabel-variabel dalam pelacakan radar tiga dimensi. Di mana variabelnya meliputi posisi searah sumbu $x(x)$, posisi searah sumbu $y(y)$, posisi searah sumbu $z(z)$, kecepatan searah sumbu $x(\dot{x})$, kecepatan searah sumbu $y(\dot{y})$, kecepatan searah sumbu $z(\dot{z})$.

$$X = [x, y, z, V^x, V^y, V^z]^T$$

Model sistemnya adalah

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k$$

dengan model pengukuran

$$Z_k = h(X_{k+1}) + v_k$$

dengan asumsi

$$X_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

1. Inisialisasi

Untuk memulai implementasi dilakukan inisialisasi awal untuk estimasi awal (\hat{X}_0) dan kovarian $X, (P_0)$ yaitu

$$\hat{X}_0 = \bar{X}_0, P_0 = P_{X_0}$$

di mana $\bar{X}_0 = [x, y, z, V^x, V^y, V^z]^T$ dan P_{X_0} merupakan matriks diagonal dengan ukuran 6 x 6.

$$P_{X_0} = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6 \end{pmatrix}$$

2. Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi digunakan model sistem yang sudah dilinierkan melalui metode jacobian

$$A = \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(\hat{X}_k, u_k) \right)$$

Metode Extended Kalman Filter membutuhkan sistem yang linier, maka dari itu terlebih dulu dilakukan pelinieran dengan metode Jacobian di mana metode ini untuk menentukan matriks A, sehingga diperoleh matriks Jacobian yaitu

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_k} & \frac{\partial f_1}{\partial y_k} & \frac{\partial f_1}{\partial z_k} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_1}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_k} & \frac{\partial f_2}{\partial y_k} & \frac{\partial f_2}{\partial z_k} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_2}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_k} & \frac{\partial f_3}{\partial y_k} & \frac{\partial f_3}{\partial z_k} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_3}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_k} & \frac{\partial f_4}{\partial y_k} & \frac{\partial f_4}{\partial z_k} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_4}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_k} & \frac{\partial f_5}{\partial y_k} & \frac{\partial f_5}{\partial z_k} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_5}{\partial V_k^z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_k} & \frac{\partial f_6}{\partial y_k} & \frac{\partial f_6}{\partial z_k} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^x} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^y} & \frac{\partial f_6}{\partial V_k^z} \end{pmatrix}$$

dengan f_1 sampai f_6 seperti yang sudah dituliskan pada Persamaan (4.7) – (4.12)

Turunan f_1

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_k} &= \Delta t(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} - \Delta t x_k^2 (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \\ &\quad - \Delta t z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} + \Delta t x_k^2 z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} + 1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial y_k} &= -\Delta t x_k y_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - \Delta t \\ &\quad + \Delta t x_k y_k z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial z_k} &= -\Delta t x_k z_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - \Delta t x_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_k^x} &= \frac{\partial f_1}{\partial V_k^y} = \frac{\partial f_1}{\partial V_k^z} = 0 \end{aligned}$$

Turunan f_2

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial x_k} &= -\Delta t x_k y_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} + \Delta t \\
&\quad + \Delta t x_k y_k z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
\frac{\partial f_2}{\partial y_k} &= \Delta t (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} - \Delta t y_k^2 (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \\
&\quad - \Delta t z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} + \Delta t y_k^2 z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} + 1 \\
\frac{\partial f_2}{\partial z_k} &= -\Delta t y_k z_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - \Delta t y_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
\frac{\partial f_2}{\partial V_k^x} &= \frac{\partial f_2}{\partial V_k^y} = \frac{\partial f_2}{\partial V_k^z} = 0
\end{aligned}$$

Turunan f_3

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_3}{\partial x_k} &= -\Delta t x_k z_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} + \Delta t x_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
\frac{\partial f_3}{\partial y_k} &= -\Delta t y_k z_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} + \Delta t y_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
\frac{\partial f_3}{\partial z_k} &= \Delta t (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} - \Delta t z_k^2 (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
\frac{\partial f_3}{\partial V_k^x} &= \frac{\partial f_3}{\partial V_k^y} = \frac{\partial f_3}{\partial V_k^z} = 0
\end{aligned}$$

Turunan f_4

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial x_k} &= 2\Delta t^2 x_k y_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 x_k^2 z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 x_k^2 z_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 - 2\Delta t^2 x_k y_k z_k \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial y_k} &= -2\Delta t^2(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 y_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
&\quad + 2\Delta t^2 x_k y_k z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} \\
&\quad + 2\Delta t^2 x_k y_k z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \\
&\quad + 2\Delta t^2 z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} - 2\Delta t^2 x_k y_k z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
\partial f_4 \partial z_k &= 2\Delta t^2 y_k z_k(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 x_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 x_k z_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} + 2\Delta t^2 y_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
\frac{\partial f_4}{\partial V_k^x} &= 1 \\
\frac{\partial f_4}{\partial V_k^y} &= \frac{\partial f_4}{\partial V_k^z} = 0 \\
Turunan f_5 & \\
\frac{\partial f_5}{\partial x_k} &= 2\Delta t^2(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} - 2\Delta t^2 x_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
&\quad + 2\Delta t^2 x_k y_k z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} \\
&\quad + 2\Delta t^2 x_k y_k z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \\
&\quad - 2\Delta t^2 z_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 x_k^2 z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
\frac{\partial f_5}{\partial y_k} &= -2\Delta t^2 x_k y_k(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 z_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 y_k^2 z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 y_k^2 z_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 + 2\Delta t^2 x_k y_k z_k \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2)^{-3/2} \\
\frac{\partial f_5}{\partial z_k} &= -2\Delta t^2 x_k z_k(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 y_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} + 2\Delta t^2 y_k z_k^2(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} \\
&\quad (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - 2\Delta t^2 x_k(x_k^2 + y_k^2)^{-1/2}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial V_k^x} = \frac{f_5}{\partial V_k^z} = 0$$

$$\frac{f_5}{\partial V_k^y} = 1$$

Turunan f_6

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_6}{\partial x_k} &= 2\Delta t^2 x_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} \\ &\quad - 2\Delta t^2 x_k (x_k^2 + y_k^2)^{1/2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_6}{\partial y_k} &= 2\Delta t^2 y_k (x_k^2 + y_k^2)^{-1/2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-1/2} \\ &\quad - 2\Delta t^2 y_k (x_k^2 + y_k^2)^{1/2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial z_k} = -2\Delta t^2 (x_k^2 + y_k^2)^{1/2} z_k (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{-3/2} - \Delta t^2$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial V_k^x} = \frac{f_6}{\partial V_k^y} = 0$$

$$\frac{f_6}{\partial V_k^z} = 1$$

Lalu dihitung Kovarian Error dan estimasi yaitu

$$Kovarian\ Error : P_{k+1}^- = AP_k + P_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$Estimasi : \hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$$

di mana kovarian dari *noise* sistem Q_k

merupakan matriks diagonal dengan ukuran 6 x 6

$$Q_k = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_6 \end{pmatrix}$$

3. Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran yaitu

$$\begin{aligned} \text{Kalman Gain} &: K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ \text{Kovarian Error} &: P_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^- \\ \text{Estimasi} &: \hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-)) \end{aligned}$$

di mana Z_k merupakan data pengukuran yang bersifat random. Data yang diukur yaitu posisi variabel x, y , dan z . Kovarian dari noise pengukuran R_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 3×3

$$R_k = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{pmatrix}$$

dan dengan matriks h yang akan dilinerkan, sebagai berikut :

$$h(X_k) = \begin{pmatrix} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \tan^{-1}\left(\frac{z_k}{(x_k^2 + y_k^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \end{pmatrix}$$

Seperti yang sudah dijelaskan di Bab II, bahwa dilakukan pelinieran terhadap matriks h menggunakan Jacobian :

$$H = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial X_j} (X_{k+1}^*) \right]$$

Sehingga matriks H menjadi

$$H = \begin{pmatrix} \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y_k}{x_k \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{-y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Setelah melewati tahap koreksi, kembali lagi ke tahap prediksi dengan waktu selanjutnya dan berulang terus menerus sesuai iterasi yang dilakukan.

4.3 Implementasi Modifikasi Extended Kalman Filter

Tidak jauh berbeda dengan metode *Extended Kalman Filter* dalam hal tahap prediksi yaitu langkah awal dari algoritma *Extended Kalman Filter* membutuhkan nilai awal dari variabel-variabel dalam pelacakan radar tiga dimensi. Di mana variabelnya meliputi posisi searah sumbu $x(x)$, posisi searah sumbu $y(y)$, posisi searah sumbu $z(z)$, kecepatan searah sumbu $x(\dot{x})$, kecepatan searah sumbu $y(\dot{y})$, kecepatan searah sumbu $z(\dot{z})$.

$$X = [x, y, z, V_k^x, V_k^y, V_k^z]^T$$

Model sistemnya adalah

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k$$

dengan model pengukuran

$$Z_k = h(X_{k+1}) + v_k$$

dengan asumsi

$$X_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{X_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

1. Inisialisasi

Untuk memulai implementasi dilakukan inisialisasi awal untuk estimasi awal (\hat{X}_0) dan kovarian $X, (P_0)$ yaitu

$$\hat{X}_0 = \bar{X}_0, P_0 = P_{X_0}$$

di mana $\bar{X}_0 = [x, y, z, V_k^x, V_k^y, V_k^z]^T$ dan P_{X_0} merupakan matriks diagonal dengan ukuran 6 x 6.

$$P_{X_0} = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6 \end{pmatrix}$$

2. Tahap prediksi (*time update*)

Pada tahap prediksi digunakan model sistem yang sudah dilinierkan pada sub bab sebelumnya melalui metode jacobian

$$A = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right)$$

dihitung Kovarian Error dan estimasi yaitu

$$Kovarian\ Error : P_{k+1}^- = AP_k + P_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$Estimasi : \hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$$

di mana kovarian dari *noise* sistem Q_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 6 x 6

$$Q_k = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_6 \end{pmatrix}$$

Tetapi untuk tahap koreksi mengalami sedikit modifikasi sebagai berikut:

3. Tahap koreksi (*measurement update*)

Pada tahap koreksi dihitung kalman gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran yaitu

$$\begin{aligned}
 \text{Kalman Gain} &: K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}^p)^{-1} \\
 \text{Kovarian Error} &: P_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^- \\
 \text{Estimasi} &: \hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-) - \mu_{k+1}^p)
 \end{aligned}$$

di mana Z_k merupakan data pengukuran yang bersifat random. Data yang diukur yaitu posisi variabel x, y , dan z . Kovarian dari noise pengukuran R_{k+1}^p merupakan matriks diagonal dengan ukuran 3×3 dengan

$$\begin{aligned}
 R_k^p &\approx \begin{pmatrix} \sigma_r^2 + \frac{\bar{r}_k^2(\sigma_\theta^4 + \sigma_\phi^4)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 \end{pmatrix} \\
 \mu_k^p &\approx \begin{pmatrix} \frac{\bar{r}_k}{2} [(\tilde{\theta}_k)^2 + (\tilde{\phi}_k)^2 - \sigma_\theta^2 - \sigma_\phi^2] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

di mana $\tilde{r} = r_k - \bar{r}_k$, $\tilde{\theta}_k = \theta_k - \bar{\theta}_k$ dan $\tilde{\phi}_k = \phi_k - \bar{\phi}_k$, serta σ adalah gangguan sudut untuk setiap pengukuran. Dengan matriks h yang dilinerkan, sebagai berikut :

$$h(X_k) = \begin{pmatrix} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}} \\ \tan^{-1}(\frac{y_k}{x_k}) \\ \tan^{-1}(\frac{z_k}{(x_k^2 + y_k^2)^{\frac{1}{2}}}) \end{pmatrix}$$

Seperti yang sudah dijelaskan di Bab II, bahwa dilakukan pelinieran terhadap matriks $h(x_k)$ menggunakan metode Jacobian, sehingga matriks

H menjadi

$$H = \begin{pmatrix} \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{y_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y_k}{x_k \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} & \frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-x_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{-y_k z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} & \frac{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Setelah melewati tahap koreksi, kembali lagi ke tahap prediksi dengan waktu ke- $k+1$ dan berulang terus menerus sesuai langkah yang diberikan.

4.4 Simulasi Extended Kalman Filter dan Modifikasi Extended Kalman Filter

Pada subbab ini simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma *Extended Kalman Filter* dan modifikasinya yang diterapkan secara langsung pada model dinamis pelacakan radar tiga dimensi dengan kasus yang diusulkan. Hasil simulasi akan dievaluasi dengan cara membandingkan nilai *real* dengan hasil estimasi Extended Kalman Filter (EKF) dan modifikasi Extended Kalman Filter (MEKF) serta diakhir simulasi ditampilkan nilai RMSE (*Root Mean Square Error*) dari masing-masing variabel. Dalam simulasi ini, nilai awal dan parameter yang digunakan adalah

Tabel 4.1: Nilai awal dari masing-masing variabel

Saat waktu $t = 0$	Nilai awal
x	15 m
y	12 m
z	5 m
V^x	-60 m/s
V^y	-70 m/s
V^z	-40 m/s

Tabel 4.2: Nilai Parameter

Parameter	Nilai
σ_r	0.003 m
σ_θ	0.0261799 <i>rad/s</i>
σ_ϕ	0.0261799 <i>rad/s</i>
P_0	0.05
Q_k	0.0001
R_k	0.00002
dt	0.00001

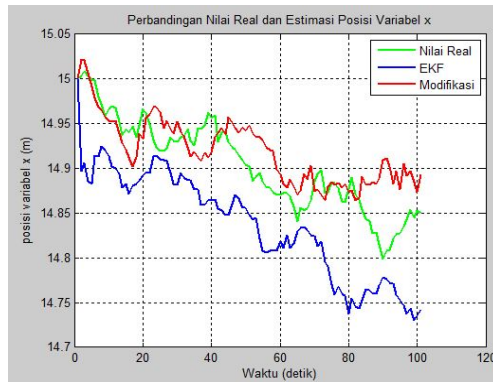
Simulasi pada kedua kasus yang akan dilakukan menggunakan kondisi awal seperti pada tabel. Pada simulasi ini dilakukan *running* sebanyak 100 kali sesuai jumlah langkah. Hasil simulasi dan nilai RMSE (*Root Mean Square Error*) dengan mengambil parameter dan nilai awal berdasarkan yang terdapat pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 didapatkan grafik dengan waktu komputasi sebesar 4.5770319 detik sebagai berikut:

4.4.1 Simulasi 1

Simulasi pada percobaan pertama dengan diberikan kondisi awal serta parameter seperti di atas dan dengan matriks h yang dipilih yaitu

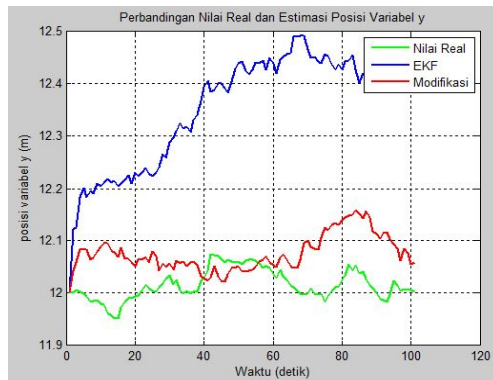
$$h(X_k) = \begin{pmatrix} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}} \\ \tan^{-1}(\frac{y_k}{x_k}) \\ \tan^{-1}(\frac{z_k}{(x_k^2 + y_k^2)^{\frac{1}{2}}}) \end{pmatrix}$$

yang menggambarkan bahwa data pengukuran digunakan adalah variabel r, θ , dan ϕ .



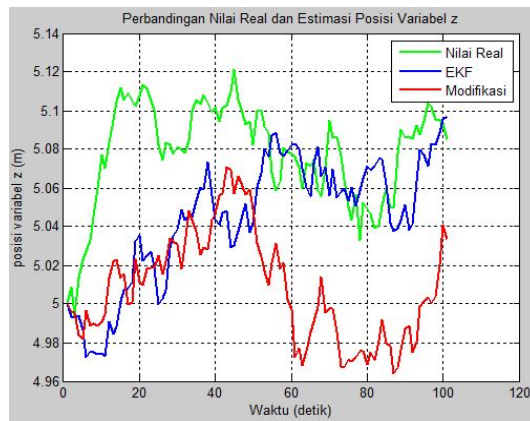
Gambar 4.1: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel x

Pada gambar 4.1, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0094249, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.0088085.



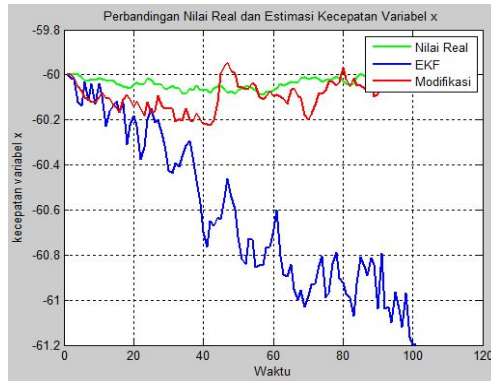
Gambar 4.2: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel y

Pada gambar 4.2, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0150247, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.0073667.



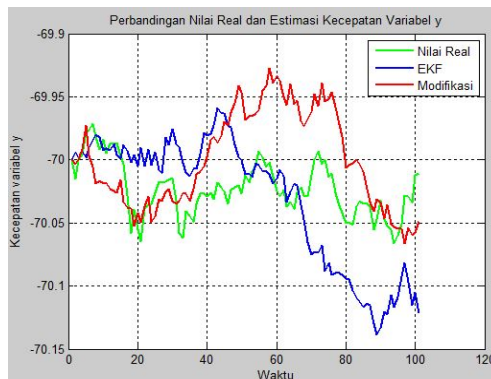
Gambar 4.3: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Posisi Variabel z

Pada gambar 4.3, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0111491, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.0093434.



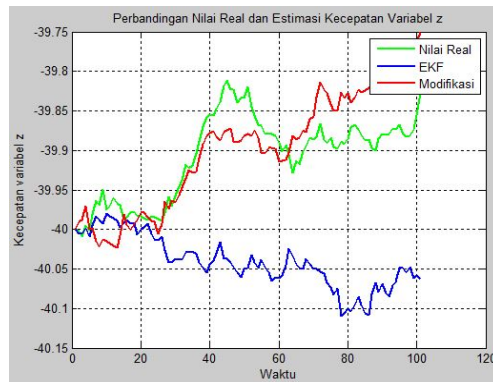
Gambar 4.4: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel x

Pada gambar 4.4, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.01824580, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.0114886.



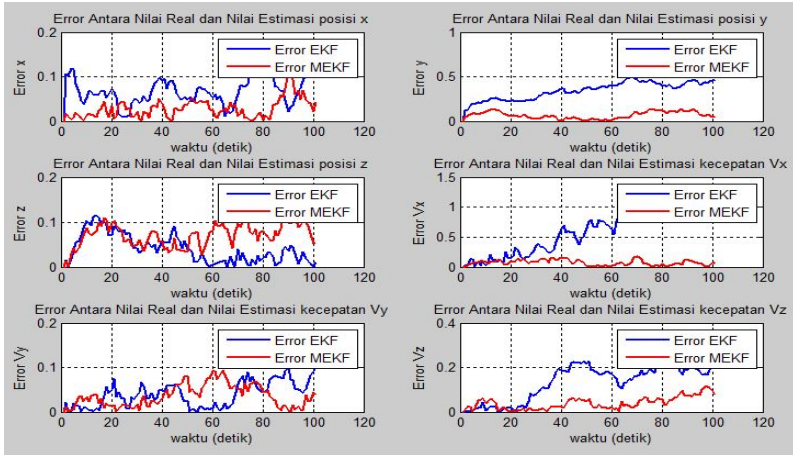
Gambar 4.5: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel y

Pada gambar 4.5, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0107461, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.01008190.



Gambar 4.6: Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Kecepatan Variabel z

Pada gambar 4.6, warna hijau pada grafik di atas menunjukkan nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi EKF dan warna merah menunjukkan nilai hasil estimasi MEKF. Hasil yang diperoleh menunjukkan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0115598, dan selisih nilai antara nilai real dengan nilai hasil estimasi MEKF sebesar 0.0105467.



Gambar 4.7: Grafik Error antara Nilai Real dan Estimasi dari Semua Variabel

Pada Gambar 4.7 menunjukkan grafik dari error antara nilai real dan nilai hasil estimasi dari semua variabel. Terlihat bahwa nilai error yang paling kecil pada nilai hasil estimasi modifikasi Extended Kalman Filter di setiap variabel dengan ditunjukkan dari nilai RMSE masing-masing variabel. Dilihat dari grafik, nilai RMSE yang paling kecil terjadi pada variabel posisi x, y dan z tetapi lain halnya dengan yang ditunjukkan oleh variabel kecepatan dari x, y dan z di mana hasil estimasinya terlihat kurang konsisten.

Pada gambar 4.1 - 4.6 menunjukkan bahwa grafik dari hasil estimasi variabel posisi lebih mendekati nilai realnya dibandingkan dengan estimasi variabel yang lain. Hal ini dikarenakan dari matriks h yang dipilih menggambarkan bahwa data pengukuran yang digunakan adalah variabel tersebut.

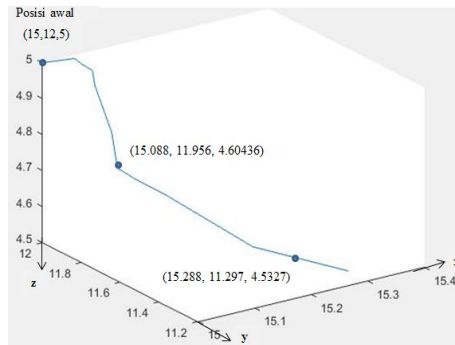
Tabel 4.3: Nilai rata-rata RMSE setiap variabel

Langkah-	Posisi x		Posisi y	
	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF
100	0.00942490	0.00880850	0.01502470	0.00736670
	Posisi z		Kecepatan x	
	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF
	0.01114910	0.00934340	0.0182458	0.0114886
	Kecepatan y		Kecepatan z	
	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF
	0.0107461	0.0100819	0.0115598	0.0105467

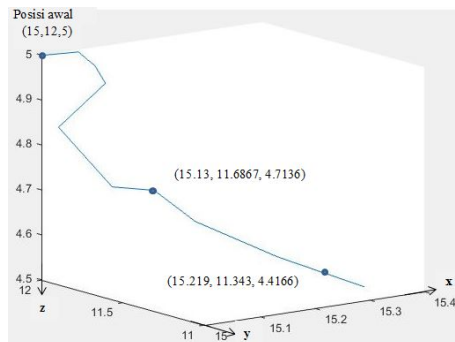
Pada tabel 4.3 terlihat bahwa nilai RMSE dari setiap variabel relatif kecil yaitu nilai *error* (*ne*) pada interval $0.00736670 < ne < 0.0115598$ atau dapat dikatakan kesalahannya sebesar 0.77% hingga 1.15% untuk modifikasi Extended Kalman Filter dan $0.00942490 < ne < 0.01824580$ atau dapat dikatakan kesalahannya sebesar 0.94% hingga 1.82% untuk Extended Kalman Filter. Sehingga secara keseluruhan hal ini dapat dikatakan bahwa metode Modifikasi Extended Kalman Filter cocok untuk mengestimasi sistem pelacakan radar tiga dimensi dalam hal ini khusus untuk pengukuran yang tidak linier.

4.4.2 Simulasi 2

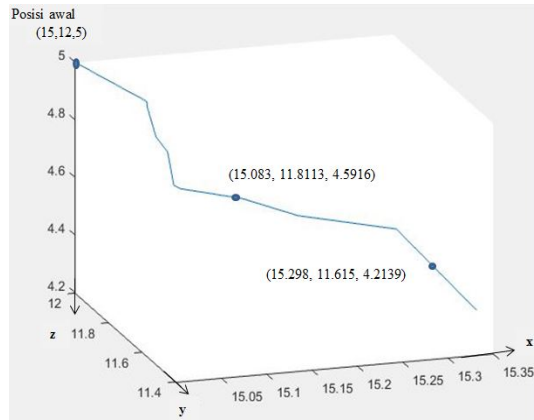
Pada percobaan ini dilakukan simulasi dengan kondisi awal dan parameter seperti pada subbab 4.1 dan dengan data pengukuran yang dimiliki adalah variabel x , y dan z . Tujuan dari simulasi ini adalah agar mengetahui lintasan yang terjadi dengan kondisi awal yang diberikan dalam 100 langkah yang dilakukan pada setiap variabel.



Gambar 4.8: Grafik lintasan yang terjadi dengan nilai awal pada Nilai Real selama 100 langkah



Gambar 4.9: Grafik lintasan yang terjadi dengan nilai awal oleh Metode Extended Kalman Filter selama 100 langkah



Gambar 4.10: Grafik lintasan yang terjadi dengan nilai awal oleh modifikasi Extended Kalman Filter selama 100 langkah

Pada gambar 4.8, terjadi perubahan posisi yang sudah diberikan dengan nilai awal $(15, 12, 10)$ menjadi $(15.293, 11.288, 4.591)$ untuk nilai Real yang terjadi. Pada gambar 4.9 untuk Metode Extended Kalman Filter, dengan nilai awal yang diberikan berubah posisinya menjadi $(15.311, 11.413, 4.553)$. Pada gambar 4.10 untuk modifikasi Extended Kalman Filter, dengan nilai awal yang diberikan berubah posisinya menjadi $(15.291, 11.716, 4.374)$.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari penelitian serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Model dinamis pelacakan radar tiga dimensi yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - y - \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \dot{y} &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + x - \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \dot{z} &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \sqrt{x^2 + y^2} \\ \dot{V}^x &= \frac{-2y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{2xz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\sqrt{x^2 + y^2}} - 2x \\ &\quad + \frac{2yz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \dot{V}^y &= \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{2yz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\sqrt{x^2 + y^2}} - 2y \\ &\quad - \frac{2xz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \dot{V}^z &= \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - z\end{aligned}$$

2. Hasil estimasi menunjukkan bahwa setiap variabel (posisi dan kecepatan x, y , dan z) dari pelacakan radar tiga dimensi oleh Modifikasi EKF lebih baik daripada metode EKF dengan ditunjukkan dengan tingkat kesalahannya hanya sebesar 0.77% hingga 1.15% untuk Modifikasi EKF, sedangkan tingkat kesalahan dari EKF adalah sebesar 0.94% hingga 1.82%
3. Berdasarkan waktu komputasi menunjukkan bahwa gabungan metode EKF dan modifikasinya memerlukan waktu 4.5770319 detik.

5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini, model dinamis pelacakan radar tiga dimensi merupakan sistem dengan pengukuran yang tak linier. Oleh karena itu, modifikasi EKF juga bisa digunakan untuk sistem tak linier dengan pengukuran tak linier lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Park, S.T., Lee, J.G. (2001). **Improved Kalman Filter Design for Three-Dimensional Radar Tracking**. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol.37. No.2.
- [2] Sani, R.A. (2012). **Estimasi Variabel Gerak Pesawat Terbang menggunakan Metode Fuzzy Kalman Filter**. Surabaya: Program Sarjana ITS Surabaya.
- [3] S. Aishaa, P. Keerthana. (2015). **Extended Kalman Filter Modelling for Tracking Radar with Missing Measurements**. International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. Vol. 4, Issue 9.
- [4] Fahmedha, N., Prakash P. C., dkk. (2015). **Estimation of System Parameters Using Kalman Filter and Extended Kalman Filter**. International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration, Vol. 2, Issue 6, ISSN: 2394-5443
- [5] Leskiw, Donald. (2011). **The Extended Preferred Ordering Theorem for Radar Tracking Using the Extended Kalman Filter**. New York: Syracuse University.
- [6] Kleeman, Lindsay. (2007). **Understanding and Applying Kalman Filtering**. Clayton: Monash University.

- [7] Lewis, F. L. (1998). **Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory**. Georgia: School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta.
- [8] Welch, G., Bishop, G. (2006). **An Introduction to The Kalman Filter**. Chapel Hill: University of North Carolina.
- [9] Ermayanti, Z., Apriliani, E., Nurhadi, H., Herlambang, T. (2015). **Estimate and Control Position Autonomous Underwater Vehicle based on Determined Trajectory using Fuzzy Kalman Filter Method**. IEEE.
- [10] Apriliani, E., Subchan., Yunaini, F., Hartini, S. **Estimation and Control Design of Mobile Robot Position** . Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS) Vol.77, Issue 1.

LAMPIRAN A

Data Nilai RMSE Setiap Variabel

ke-	Posisi x		Posisi y		Posisi z	
	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF
1	0.0065748	0.0098522	0.0057587	0.0072339	0.0149470	0.0001477
2	0.0019426	0.0013850	0.0083249	0.0008911	0.0076466	0.0118720
3	0.0464940	0.0058067	0.0302610	0.0018088	0.0165860	0.0173360
4	0.0004317	0.0025381	0.0056585	0.0029685	0.0126660	0.0013207
5	0.0106210	0.0013140	0.0248860	0.0016502	0.0114640	0.0194320
6	0.0006515	0.0057132	0.0096740	0.0009449	0.0181960	0.0094084
7	0.0063701	0.0035508	0.0027559	0.0012015	0.0015315	0.0086257
8	0.0021545	0.0165550	0.0234720	0.0033647	0.0523220	0.0164130
9	0.0074154	0.0046914	0.0010404	0.0038220	0.0105710	0.0159290
10	0.0158280	0.0211120	0.0100330	0.0141040	0.0016490	0.0050122
11	0.0120670	0.0278480	0.0045550	0.0274680	0.0212790	0.0089338
12	0.0031685	0.0097961	0.0047095	0.0031839	0.0011089	0.0058029
13	0.0023324	0.0181730	0.0175140	0.0148730	0.0206870	0.0047556
14	0.0161930	0.0071756	0.0267960	0.0062982	0.0129480	0.0184290
15	0.0155360	0.0036984	0.0066448	0.0033456	0.0667240	0.0102410
16	0.0009583	0.0149160	0.0192710	0.0045013	0.0047948	0.0062696
17	0.0018377	0.0032588	0.0007299	0.0077367	0.0226700	0.0101590
18	0.0070562	0.0023846	0.0136930	0.0014292	0.0084121	0.0106950
19	0.0007300	0.0283610	0.0029457	0.0227970	0.0229120	0.0067156
20	0.0050648	0.0300560	0.0035508	0.0150400	0.0136750	0.0145950
21	0.0036335	0.0035976	0.0261770	0.0016917	0.0214422	0.0034392
22	0.0037128	0.0144360	0.0452700	0.0252390	0.0011946	0.0093158
23	0.0027971	0.0255190	0.0019177	0.0036905	0.0084727	0.0025965
24	0.0282980	0.0040938	0.0142890	0.0031906	0.0277490	0.0128000
25	0.0198480	0.0005941	0.0309230	0.0100820	0.0020807	0.0195240
26	0.0077538	0.0252900	0.0041634	0.0115790	0.0077561	0.0188220
27	0.0061636	0.0052177	0.0108170	0.0018345	0.0045967	0.0185520
28	0.0046627	0.0000262	0.0074419	0.0060125	0.0191930	0.0135660
29	0.0165570	0.0196230	0.0120170	0.0036240	0.0165930	0.0016593
30	0.0113380	0.0167660	0.0127300	0.0014016	0.0136100	0.0024064

31	0.0032916	0.0029932	0.0046396	0.0035246	0.0087425	0.0094262
32	0.0088388	0.0177310	0.0095304	0.0028361	0.0203200	0.0024941
33	0.0034087	0.0138950	0.0155900	0.0041573	0.0041259	0.0331750
34	0.0144470	0.0144160	0.0018473	0.0071829	0.0143700	0.0016890
35	0.0118040	0.0083715	0.0179670	0.0099818	0.0079759	0.0046892
36	0.0245170	0.0037137	0.0245090	0.0127780	0.0230150	0.0109770
37	0.0061632	0.0106100	0.0103310	0.0164000	0.0097854	0.0100840
38	0.0027649	0.0044918	0.0285930	0.0059766	0.0126310	0.0130020
39	0.0097136	0.0093044	0.0007571	0.0038050	0.0056001	0.0060354
40	0.0157350	0.0124880	0.0169500	0.0091885	0.0181200	0.0135890
41	0.0118840	0.0074403	0.0225690	0.0024295	0.0018118	0.0078950
42	0.0116780	0.0156660	0.0403600	0.0137030	0.0011167	0.0008609
43	0.0205810	0.0000859	0.0123740	0.0066570	0.0020850	0.0073429
44	0.0067065	0.0241300	0.0310310	0.0088348	0.0121910	0.0059488
45	0.0119380	0.0118570	0.0097618	0.0059055	0.0077803	0.0031420
46	0.0044460	0.0077892	0.0135430	0.0029453	0.0018219	0.0031172
47	0.0079563	0.0015413	0.0215900	0.0037289	0.0025314	0.0183600
48	0.0192210	0.0042092	0.0121950	0.0142060	0.0005614	0.0068228
49	0.0245400	0.0085425	0.0007955	0.0152140	0.0162130	0.0084561
50	0.0078994	0.0064236	0.0138150	0.0100440	0.0063723	0.0003059
51	0.0077538	0.0252900	0.0041634	0.0115790	0.0077561	0.0188220
52	0.0061636	0.0052177	0.0108170	0.0018345	0.0045967	0.0185520
53	0.0046627	0.0000262	0.0074419	0.0060125	0.0191930	0.0135660
54	0.0165570	0.0196230	0.0120170	0.0036240	0.0165930	0.0017562
55	0.0113380	0.0167660	0.0127300	0.0014016	0.0136100	0.0024064
56	0.0032916	0.0029932	0.0046396	0.0035246	0.0087425	0.0094262
57	0.0088388	0.0177310	0.0095304	0.0028361	0.0203200	0.0024941
58	0.0034087	0.0138950	0.0155900	0.0041573	0.0041259	0.0331750
59	0.0144470	0.0144160	0.0018473	0.0071829	0.0143700	0.0016890
60	0.0118040	0.0083715	0.0179670	0.0099818	0.0079759	0.0046892
61	0.0245170	0.0037137	0.0245090	0.0127780	0.0230150	0.0109770
62	0.0053416	0.0113770	0.0139960	0.0037167	0.0089934	0.0009105
63	0.0027649	0.0044918	0.0285930	0.0059766	0.0126310	0.0130020
64	0.0097136	0.0093044	0.0007571	0.0038050	0.0056001	0.0060354
65	0.0157350	0.0012488	0.0169500	0.0091885	0.0181200	0.0135890

66	0.0118840	0.0074403	0.0225690	0.0024295	0.0018118	0.0078950
67	0.0116780	0.0015666	0.0403600	0.0137030	0.0011167	0.0008609
68	0.0205810	0.0000858	0.0123740	0.0066570	0.0020850	0.0073429
69	0.0067065	0.0024130	0.0310310	0.0088348	0.0121910	0.0059488
70	0.0119380	0.0118570	0.0097618	0.0059055	0.0077803	0.0031420
71	0.0044460	0.0077892	0.0135430	0.0029453	0.0018219	0.0031172
72	0.0079563	0.0015413	0.0215900	0.0037289	0.0025314	0.0183600
73	0.0192210	0.0042092	0.0121950	0.0142060	0.0005614	0.0068228
74	0.0245400	0.0085425	0.0007955	0.0152140	0.0162130	0.0084561
75	0.0078994	0.0064236	0.0138150	0.0100440	0.0063723	0.0003059
76	0.0095223	0.0019164	0.0187650	0.0056435	0.0068176	0.0029298
77	0.0043451	0.0014768	0.0279870	0.0038107	0.0008225	0.0232760
78	0.0081071	0.0064840	0.0391990	0.0053780	0.0060388	0.0023991
79	0.0012051	0.0046542	0.0043148	0.0086880	0.0076905	0.0247620
80	0.0067865	0.0010596	0.0123900	0.0060679	0.0086448	0.0063260
81	0.0051099	0.0012513	0.0441140	0.0001701	0.0151190	0.0105610
82	0.0036037	0.0221810	0.0242590	0.0071621	0.0138380	0.0139850
83	0.0021039	0.0170400	0.0070198	0.0074642	0.0257830	0.0068948
84	0.0148190	0.0026542	0.0356720	0.0016082	0.0105870	0.0268230
85	0.0084327	0.0015050	0.0121420	0.0073166	0.0130330	0.0031726
86	0.0002240	0.0106560	0.0253490	0.0027298	0.0046668	0.0203280
87	0.0096784	0.0108170	0.0005235	0.0143840	0.0004082	0.0013426
88	0.0259850	0.0001995	0.0297780	0.0074123	0.0009550	0.0020530
89	0.0051761	0.0013527	0.0061712	0.0074032	0.0099696	0.0014065
90	0.0034877	0.0022653	0.0123290	0.0051655	0.0110880	0.0162830
91	0.0066320	0.0073554	0.0154670	0.0099579	0.0069223	0.0031651
92	0.0200290	0.0321160	0.0088458	0.0224080	0.0050073	0.0229120
93	0.0038097	0.0012386	0.0145490	0.0076229	0.0091200	0.0028070
94	0.0113770	0.0100950	0.0204880	0.0124520	0.0031941	0.0066027
95	0.0019708	0.0029650	0.0027024	0.0144060	0.0020003	0.0090525
96	0.0099381	0.0052242	0.0097489	0.0028359	0.0005888	0.0086465
97	0.0053122	0.0014430	0.0261940	0.0020412	0.0118960	0.0194050
98	0.0004245	0.0071997	0.0025157	0.0152720	0.0176520	0.0041417
99	0.0073464	0.0047708	0.0357350	0.0104530	0.0097390	0.0022130
100	0.0064686	0.0038367	0.0174820	0.0093346	0.0258140	0.0055782

ke-	Kecepatan x		Kecepatan y		Kecepatan z	
	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF	RMSE EKF	RMSE MEKF
1	0.0444750	0.0260990	0.0168700	0.0011595	0.0065745	0.0105600
2	0.0147550	0.0124870	0.0130850	0.0046417	0.0238390	0.0182760
3	0.0464940	0.0058067	0.0062850	0.0076196	0.0249030	0.0261210
4	0.0066600	0.0031501	0.0005384	0.0050077	0.0148050	0.0187710
5	0.0255140	0.0137130	0.0118350	0.0103460	0.0407040	0.0063585
6	0.0003599	0.0144700	0.0283700	0.0182160	0.0116420	0.0136980
7	0.0346220	0.0051907	0.0090791	0.0069079	0.0015562	0.0022803
8	0.0032309	0.0164540	0.0031491	0.0104830	0.0041949	0.0164240
9	0.0096869	0.0029831	0.0389430	0.0027980	0.0194670	0.0221380
10	0.0275440	0.0058741	0.0104450	0.0063739	0.0140490	0.0036304
11	0.0114890	0.0239270	0.0093902	0.0081039	0.0107290	0.0089209
12	0.0030556	0.0024492	0.0273740	0.0072908	0.0176570	0.0054001
13	0.0025519	0.0118260	0.0008691	0.0132580	0.0156260	0.0053832
14	0.0950390	0.0259010	0.0016524	0.0090368	0.0051345	0.0060885
15	0.0224790	0.0166040	0.0047739	0.0087150	0.0078554	0.0085258
16	0.0081525	0.0056022	0.0091843	0.0043567	0.0013423	0.0088043
17	0.0182280	0.0098005	0.0031746	0.0097434	0.0014425	0.0239100
18	0.0033884	0.0012046	0.0213310	0.0116150	0.0034308	0.0011830
19	0.0027061	0.0049695	0.0119990	0.0045243	0.0035000	0.0012000
20	0.0006927	0.0027088	0.0053969	0.0108910	0.0040365	0.0176800
21	0.0036383	0.0125550	0.0050080	0.0173120	0.0084345	0.0111140
22	0.0101880	0.0063104	0.0155760	0.0010794	0.0008690	0.0145540
23	0.0055474	0.0250720	0.0083882	0.0081276	0.0065715	0.0133710
24	0.0336070	0.0148770	0.0022808	0.0094806	0.0209090	0.0001758
25	0.0109030	0.0028918	0.0182960	0.0028776	0.0122620	0.0143950
26	0.0077916	0.0288210	0.0246950	0.0128470	0.0032973	0.0134010
27	0.0017544	0.0092631	0.0157600	0.0077444	0.0130040	0.0250730
28	0.0018728	0.0043845	0.0079658	0.0009130	0.0075291	0.0062836
29	0.0253690	0.0298480	0.0360890	0.0094292	0.0078820	0.0031294
30	0.0287340	0.0067046	0.0101950	0.0033738	0.0066261	0.0193190

31	0.0163520	0.0105750	0.0043661	0.0025564	0.0136290	0.0006159
32	0.0409960	0.0056381	0.0217180	0.0207060	0.0075053	0.0066578
33	0.0121060	0.0116210	0.0069304	0.0178040	0.0191610	0.0182840
34	0.0165070	0.0154680	0.0020107	0.0196520	0.0342290	0.0116720
35	0.0178160	0.0272520	0.0136260	0.0082667	0.0106710	0.0159570
36	0.0359110	0.0024450	0.0047402	0.0054225	0.0029836	0.0036412
37	0.0465890	0.0424180	0.0030252	0.0228250	0.0014517	0.0086212
38	0.0034359	0.0008515	0.0115280	0.0015076	0.0000817	0.0111760
39	0.0017929	0.0045849	0.0005399	0.0070434	0.0271180	0.0149850
40	0.0131150	0.0144500	0.0176770	0.0100860	0.0133210	0.0119040
41	0.0242460	0.0023745	0.0081364	0.0140140	0.0248980	0.0256770
42	0.0429140	0.0284380	0.0121890	0.0027723	0.0128780	0.0016548
43	0.0309080	0.0009425	0.0021949	0.0086617	0.0146210	0.0088401
44	0.0217170	0.0082504	0.0104370	0.0167780	0.0002839	0.0256690
45	0.0049879	0.0229660	0.0065908	0.0188800	0.0246720	0.0274050
46	0.0045021	0.0191950	0.0058360	0.0149910	0.0046404	0.0017100
47	0.0081952	0.0009911	0.0012819	0.0147920	0.0082683	0.0272980
48	0.0192660	0.0106090	0.0151160	0.0015159	0.0139910	0.0117440
49	0.0071151	0.0163980	0.0003788	0.0102210	0.0079817	0.0116290
50	0.0310780	0.0128570	0.0045206	0.0085853	0.0229140	0.0000277
51	0.0077916	0.0288210	0.0246950	0.0128470	0.0032973	0.0134010
52	0.0017544	0.0092631	0.0157600	0.0077444	0.0130040	0.0250730
53	0.0018728	0.0043845	0.0079658	0.0009130	0.0075291	0.0062836
54	0.0253690	0.0198480	0.0360890	0.0094292	0.0078820	0.0031294
55	0.0287340	0.0067046	0.0101950	0.0033738	0.0066261	0.0193190
56	0.0163520	0.0105750	0.0043366	0.0025564	0.0132690	0.0006159
57	0.0409960	0.0056381	0.0217180	0.0207060	0.0075053	0.0066578
58	0.0121060	0.0116210	0.0069304	0.0178040	0.0191610	0.0182840
59	0.0165070	0.0154680	0.0020107	0.0196520	0.0342290	0.0116720
60	0.0178160	0.0272520	0.0136260	0.0082667	0.0106710	0.0159570
61	0.0359110	0.0024450	0.0047402	0.0054225	0.0029836	0.0036412
62	0.0286700	0.0028710	0.0071670	0.0231140	0.0063328	0.0057597
63	0.0034359	0.0008515	0.0115280	0.0015076	0.0000817	0.0111760
64	0.0017929	0.0045849	0.0005399	0.0070434	0.0271180	0.0149850
65	0.0131150	0.0144500	0.0176770	0.0100860	0.0133210	0.0119040

66	0.0242460	0.0023745	0.0081364	0.0140140	0.0248980	0.0256770
67	0.0429140	0.0284380	0.0121890	0.0027723	0.0128780	0.0016548
68	0.0309080	0.0009425	0.0021949	0.0086617	0.0146210	0.0088401
69	0.0217170	0.0082504	0.0104370	0.0167780	0.0002839	0.0256690
70	0.0049879	0.0229660	0.0065908	0.0188800	0.0246720	0.0274050
71	0.0045021	0.0191950	0.0058360	0.0149910	0.0046404	0.0017100
72	0.0081952	0.0009911	0.0012819	0.0147920	0.0082683	0.0272980
73	0.0192660	0.0106090	0.0151160	0.0015159	0.0139910	0.0117440
74	0.0071151	0.0163980	0.0003788	0.0102210	0.0079817	0.0116290
75	0.0310780	0.0128570	0.0045206	0.0085853	0.0229140	0.0000277
76	0.0389080	0.0169100	0.0037576	0.0095201	0.0128570	0.0077759
77	0.0303950	0.0104450	0.0134050	0.0059227	0.0064906	0.0061027
78	0.0036037	0.0258790	0.0066174	0.0064804	0.0146440	0.0031531
79	0.0097373	0.0151450	0.0024030	0.0096192	0.0038023	0.0010795
80	0.0126490	0.0076883	0.0131540	0.0011335	0.0085869	0.0013053
81	0.0486520	0.0035524	0.0034137	0.0193380	0.0156480	0.0013966
82	0.0083238	0.0151440	0.0108720	0.0035871	0.0217750	0.0019872
83	0.0318630	0.0111200	0.0126120	0.0071369	0.0298990	0.0053284
84	0.0185070	0.0101210	0.0064485	0.0096609	0.0143300	0.0094806
85	0.0518040	0.0132100	0.0271320	0.0459470	0.0228070	0.0012417
86	0.0236560	0.0100620	0.0151440	0.0252250	0.0065266	0.0149990
87	0.0130550	0.0095284	0.0095414	0.0028296	0.0102380	0.0108530
88	0.0202960	0.0112660	0.0044011	0.0036822	0.0013453	0.0021050
89	0.0104260	0.0075771	0.0082793	0.0000834	0.0140450	0.0209620
90	0.0067974	0.0212670	0.0409730	0.0171040	0.0080537	0.0068562
91	0.0162060	0.0073911	0.0085165	0.0129710	0.0206400	0.0046143
92	0.0044270	0.0200830	0.0129280	0.0269890	0.0054695	0.0048302
93	0.0010602	0.0010913	0.0175880	0.0022403	0.0006048	0.0055593
94	0.0215850	0.0010131	0.0188680	0.0144620	0.0018278	0.0110370
95	0.0195630	0.0146510	0.0136470	0.0122570	0.0081235	0.0077341
96	0.0034975	0.0023733	0.0034611	0.0109550	0.0093742	0.0021124
97	0.0247870	0.0137560	0.0070298	0.0055363	0.0063234	0.0017087
98	0.0235110	0.0039012	0.0101410	0.0202700	0.0025530	0.0194210
99	0.0141850	0.0064943	0.0269510	0.0178370	0.0128780	0.0115210
100	0.0179000	0.0023334	0.0036547	0.0042790	0.0094256	0.0010496

LAMPIRAN B

Source Code

```
clc;
clear;
disp('-----');
disp('          PROGRAM SIMULASI');
disp('    ESTIMASI PELACAKAN RADAR 3D ');
disp('MENGUNAKAN MODIFIKASI METODE EXTENDED KALMAN FILTER');
disp('-----');
tic
%Inputan
x1(1)=15;%input('Masukkan nilai awal posisi x:');%15
x2(1)=12;%input('Masukkan nilai awal posisi y:');%12
x3(1)=5;%input('Masukkan nilai awal posisi z:');%5
v1(1)=-60;%input('Masukkan nilai awal kecepatan x:');%-60
v2(1)=-70;%input('Masukkan nilai awal kecepatan y:');%-70
v3(1)=-40;%input('Masukkan nilai awal kecepatan z:');%-40
sigr=0.003;%input('Masukkan gangguan pengukuran jarak:');%0.003m
sigt=0.0261799;%input('Masukkan gangguan pengukuran sudut:');%1.5 derajat
sigp=0.0261799;%input('Masukkan gangguan pengukuran sudut:');%1.5 derajat
%% Inisialisasi awal
Q=0.0001;
R=0.00002;
dt=0.000001;
p(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2+x3(1)^2)^(1/2);
s(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2)^(1/2);
t(1)=atan(x2(1)/x1(1));
```

```

phi(1)=atan(x3(1)/s(1));
r(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2+x3(1)^2)^(1/2);
pm(1)=r(1)+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
tm(1)=atan(x2(1)/x1(1))+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
phim(1)=atan(x3(1)/s(1))+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
Mu=[(r(1)/2*((tm(1)-t(1))^2+(phim(1)-phi(1))^2-sigt^2-sigp^2));0;0];
k=100;
x=[x1(1);x2(1);x3(1);v1(1);v2(1);v3(1)];
H=[(x1(1)/p(1)) (x2(1)/p(1)) (x3(1)/p(1)) 0 0 0;
(-x2(1)/(p(1)*x1(1))) (x1(1)/s(1)^2) 0 0 0 0;
(-x1(1)*x3(1)/(s(1)*p(1)^2)) (-x2(1)*x3(1)/(s(1)*p(1)^2) (s(1)/p(1)^2) 0 0 0];
h=[p(1);atan(x2(1)/x1(1));atan(x3(1)/s(1))];
%h=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0];
Qk=eye(6)*Q;
Rk=eye(3)*R;
%% Tahap Inisialisasi
x1topi(1)=x1(1);
x2topi(1)=x2(1);
x3topi(1)=x3(1);
v1topi(1)=v1(1);
v2topi(1)=v2(1);
v3topi(1)=v3(1);
ptopi(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2+x3(1)^2)^(1/2);
stopi(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2)^(1/2);
xtopi=[x1topi(1);x2topi(1);x3topi(1);v1topi(1);v2topi(1);v3topi(1)];
x1hat(1)=x1(1);
x2hat(1)=x2(1);
x3hat(1)=x3(1);
v1hat(1)=v1(1);
v2hat(1)=v2(1);
v3hat(1)=v3(1);
phat(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2+x3(1)^2)^(1/2);
shat(1)=(x1(1)^2+x2(1)^2)^(1/2);

```



```

xhat=[x1hat(1);x2hat(1);x3hat(1);v1hat(1);v2h
at(1);v3hat(1)];
P0=0.05*eye(6);
P1=0.05*eye(6);

%% Model Sistem dan Model Pengukuran
for i=1:k
    % Matriks Jacobi Sistem
    D11(i)=dt/p(i)-dt*x1(i)^2/p(i)^3-
dt*x3(i)/s(i)+dt*x1(i)^2*x3(i)/s(i)^3+1;
    D12(i)=-dt*x1(i)*x2(i)/p(i)^3-
dt+dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)/s(i)^3;
    D13(i)=-dt*x1(i)*x3(i)/p(i)^3-
dt*x1(i)/s(i);
    D21(i)=-
dt*x1(i)*x2(i)/p(i)^3+dt+dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)
/s(i)^3;
    D22(i)=dt/p(i)-dt*x2(i)^2/p(i)^3-
dt*x3(i)/s(i)+dt*x2(i)^2*x3(i)+1;
    D23(i)=-dt/p(i)-dt*x2(i)^2/p(i)^3-
dt*x2(i)/s(i);
    D31(i)=-
dt*x1(i)*x3(i)/p(i)^3+dt*x1(i)/s(i);
    D32(i)=-
dt*x2(i)*x3(i)/p(i)^3+dt*x2(i)/s(i);
    D33(i)=dt/p(i)-dt*x3(i)^2/p(i)^3;
    D41(i)=2*dt*x1(i)*x2(i)/p(i)^3-
2*dt*x3(i)/(s(i)*p(i))+2*dt*x2(i)^2*x3(i)/(s(
i)^3*p(i))+2*dt*x1(i)^2*x3(i)/(s(i)*p(i)^3)-
2*dt-2*dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)/s(i)^3;
    D42(i)=-
2*dt/p(i)+2*dt*x2(i)^2/p(i)^3+2*dt*x1(i)*x2(i)
*x3(i)/(s(i)^3*p(i))+2*dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)/
(s(i)*p(i)^3)+2*dt*x3(i)/s(i)-
2*dt*x2(i)^2*x3(i)/s(i)^3;
    D43(i)=2*dt*x2(i)*x3(i)/p(i)^3-
2*dt*x1(i)/(s(i)*p(i))+2*dt*x1(i)*x3(i)^2*(s(
i)*p(i)^3)+2*dt*x2(i)/s(i);

```

```

D51(i)=2*dt/p(i)-
2*dt*x1(i)^2/p(i)^3+2*dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)/(s
(i)^3*p(i))+2*dt*x1(i)*x2(i)*x3(i)/(s(i)*p(i)
^3)-
2*dt*x3(i)/s(i)+2*dt*x1(i)^2*x3(i)/s(i)^3;
D52(i)=-2*dt*x1(i)*x2(i)/p(i)^3-
2*dt*x3(i)/(s(i)*p(i))+2*dt*x2(i)^2*x3(i)/(s
(i)^3*p(i))+2*dt*x2(i)^2*x3(i)/(s(i)*p(i)^3)-
2*dt+2*dt^2*x1(i)*x2(i)*x3(i)/s(i)^3;
D53(i)=-2*dt*x1(i)*x3(i)/p(i)^3-
2*dt*x2(i)/(s(i)*p(i))+2*dt*x2(i)*x3(i)^2/(s
(i)*p(i)^3)-2*dt*x1(i)/s(i);
D61(i)=2*dt*x1(i)/(s(i)*p(i))-
2*dt*x1(i)/(s(i)*p(i)^3);
D62(i)=2*dt*x2(i)/(s(i)*p(i))-
2*dt*x2(i)/(s(i)*p(i)^3);
D63(i)=-2*dt*x3(i)/(s(i)*p(i)^3)-dt;

A=[D11(i) D12(i) D13(i) 0 0 0;
D21(i) D22(i) D23(i) 0 0 0;
D31(i) D32(i) D33(i) 0 0 0;
D41(i) D42(i) D43(i) 1 0 0;
D51(i) D52(i) D53(i) 0 1 0;
D61(i) D62(i) D63(i) 0 0 1];
%x(:,i+1)=A*x(:,i)+wk(:,i);
x1(i+1)=(x1(i)*(dt/p(i)+1))-dt*x2(i)-
(dt*x1(i)*x3(i)/s(i))+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
x2(i+1)=(x2(i)*(dt/p(i)+1))+dt*x1(i)-
(dt*x2(i)*x3(i)/s(i))+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
x3(i+1)=(x3(i)*(dt/p(i)+1))+dt*s(i)+normrnd(0
,sqrt(Q),1,1);
v1(i+1)=(x1(i)*(-2*dt*x3(i)/(s(i)*p(i))-
2*dt))-
(2*dt*x2(i)/p(i))+(2*dt*x2(i)*x3(i)/s(i))+v1(
i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
v2(i+1)=(x2(i)*(-2*dt*x3(i)/(s(i)*p(i))-

```

```

2*dt))- (2*dt*x1(i)/p(i))-
(2*dt*x1(i)*x3(i)/s(i))+v2(i)+normrnd(0,sqrt(
Q),1,1);
v3(i+1)=(2*dt*s(i)/p(i))-
dt*x3(i)+v3(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);

p(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2+x3(i+1)^2)^(1/2);
s(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2)^(1/2);

x(:,i+1)=[x1(i+1);x2(i+1);x3(i+1);v1(i+1);v2(
i+1);v3(i+1)];

    %Modifikasi EKF
h=[p(i+1);atan(x2(i+1)/x1(i+1));atan(x3(i+1)/
s(i+1))];

z1(:,i+1)=h+normrnd(0,sqrt(R),1,1);%*x(:,i+1)
+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
z1l(:,i+1)=[z1(:,i+1)];
    %% Tahap Prediksi
x1preh(i+1)=(xhat(1,i)*(dt/phat(i)+1))-
dt*xhat(2,i)-
(dt*xhat(1,i)*xhat(3,i)/shat(i))+normrnd(0,sq
rt(Q),1,1);

x2preh(i+1)=(xhat(2,i)*(dt/phat(i)+1))+dt*xha
t(1,i)-
(dt*xhat(2,i)*xhat(3,i)/shat(i))+normrnd(0,sq
rt(Q),1,1);

x3preh(i+1)=(xhat(3,i)*(dt/phat(i)+1))+dt*sha
t(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
v1preh(i+1)=(xhat(1,i)*(-
2*dt*xhat(3,i)/(shat(i)*phat(i))-2*dt))-
(2*dt*xhat(2,i)/phat(i)+(2*dt*xhat(2,i)*xhat
(3,i)/shat(i))+v1hat(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1
));

```

```

v2preh(i+1)=(xhat(2,i)*(-
2*dt*xhat(3,i)/(shat(i)*phat(i))-2*dt))-
(2*dt*xhat(1,i)/phat(i))-
(2*dt*xhat(1,i)*xhat(3,i)/shat(i))+v2hat(i)+n
ormrnd(0,sqrt(Q),1,1);
v3preh(i+1)=(2*dt*shat(i)/phat(i))-
dt*xhat(3,i)+v3hat(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);

xpreh(:,i+1)=[x1preh(i+1);x2preh(i+1);x3preh(
i+1);v1preh(i+1);v2preh(i+1);v3preh(i+1)];

Ppreh=A*P1*A'+Qk;

%Tahap Koreksi
r11(i)=sigr^2+(ptopi(i)^2*(sigt^4+sigp^4))/2;
r22(i)=sigt^2;
r33(i)=sigp^2;
Rp=[r11(i) 0 0;0 r22(i) 0;0 0 r33(i)];
Kb=Ppreh*H'*inv(H*Ppreh*H'+Rp);
P1=(eye(6)-Kb*H)*Ppreh;
xhat(:,i+1)=xpreh(:,i+1)+Kb*(z11(:,i+1)-
h-Mu);%*xpreh(:,i+1)
x1hat(i+1)=xhat(1,i+1);
x2hat(i+1)=xhat(2,i+1);
x3hat(i+1)=xhat(3,i+1);
v1hat(i+1)=xhat(4,i+1);
v2hat(i+1)=xhat(5,i+1);
v3hat(i+1)=xhat(6,i+1);

phat(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2+x3(i+1)^2)^(1/
2);
shat(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2)^(1/2);

s(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2)^(1/2);
t(i+1)=atan(x2(i+1)/x1(i+1));
phi(i+1)=atan(x3(i+1)/s(i+1));

```

```

r(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2+x3(i+1)^2)^(1/2);
pm(i+1)=r(i+1)+normrnd(0,sqrt(R),1,1);

tm(i+1)=atan(x2(i+1)/x1(i+1))+normrnd(0,sqrt(R),1,1);

phim(i+1)=atan(x3(i+1)/s(i+1))+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
Mu=[((pm(i+1)-r(i+1))/2*((tm(i+1)-t(i+1))^2)+((phim(i+1)-phi(i+1))^2)-sigt^2-sigp^2));0;0];

%Extended Kalman Filter
z0(:,i+1)=h+normrnd(0,sqrt(R),1,1);%*x(:,i+1)+normrnd(0,sqrt(R),1,1);
z00(:,i+1)=[z0(:,i+1)];
%% Tahap Prediksi
xlpre(i+1)=(xtopi(1,i)*(dt/ptopi(i)+1))-dt*xtopi(2,i)-(dt*xtopi(1,i)*xtopi(3,i)/stopi(i))+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);

x2pre(i+1)=(xtopi(2,i)*(dt/ptopi(i)+1))+dt*xtopi(1,i)-(dt*xtopi(2,i)*xtopi(3,i)/stopi(i))+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);

x3pre(i+1)=(xtopi(3,i)*(dt/ptopi(i)+1))+dt*xtopi(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
vlpre(i+1)=(xtopi(1,i)*(-2*dt*xtopi(3,i)/(stopi(i)*ptopi(i))-2*dt))-(2*dt*xtopi(2,i)/ptopi(i))+(2*dt*xtopi(2,i)*xtopi(3,i)/stopi(i))+vltopi(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
v2pre(i+1)=(xtopi(2,i)*(-2*dt*xtopi(3,i)/(stopi(i)*ptopi(i))-2*dt))-(2*dt*xtopi(1,i)/ptopi(i))-

```

```

(2*dt*xtopi(1,i)*xtopi(3,i)/stopi(i))+v2topi(
i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1);
    v3pre(i+1)=(2*dt*stopi(i)/ptopi(i))-
dt*xtopi(3,i)+v3topi(i)+normrnd(0,sqrt(Q),1,1
);

xpre(:,i+1)=[x1pre(i+1);x2pre(i+1);x3pre(i+1)
;v1pre(i+1);v2pre(i+1);v3pre(i+1)];

    Ppre=A*P0*A'+Qk;

    %Tahap koreksi
    Ka=Ppre*H'*inv(H*Ppre*H'+Rk);
    xtopi(:,i+1)=xpre(:,i+1)+Ka*(z00(:,i+1)-
h); %*xpre(:,i+1));
    x1topi(i+1)=xtopi(1,i+1);
    x2topi(i+1)=xtopi(2,i+1);
    x3topi(i+1)=xtopi(3,i+1);
    v1topi(i+1)=xtopi(4,i+1);
    v2topi(i+1)=xtopi(5,i+1);
    v3topi(i+1)=xtopi(6,i+1);

ptopi(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2+x3(i+1)^2)^(1
/2);
    stopi(i+1)=(x1(i+1)^2+x2(i+1)^2)^(1/2);

    P0=(eye(6)-Ka*H)*Ppre;

end

e1=abs(x1-xtopi(1,:));
e2=abs(x1-xhat(1,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e1(i)^2;
    temp2=temp00+e2(i)^2;
end

```

```

RMSE1e=sqrt(temp1/k)
RMSE1m=sqrt(temp2/k)

e3=abs(x2-x2topi);
e4=abs(x2-xhat(2,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e3(i)^2;
    temp2=temp00+e4(i)^2;
end
RMSE2e=sqrt(temp1/k)
RMSE2m=sqrt(temp2/k)

e5=abs(x3-x3topi);
e6=abs(x3-xhat(3,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e5(i)^2;
    temp2=temp00+e6(i)^2;
end
RMSE3e=sqrt(temp1/k)
RMSE3m=sqrt(temp2/k)

e7=abs(v1-v1topi);
e8=abs(v1-xhat(4,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e7(i)^2;
    temp2=temp00+e8(i)^2;
end
RMSE4e=sqrt(temp1/k)
RMSE4m=sqrt(temp2/k)

e9=abs(v2-v2topi);
e10=abs(v2-xhat(5,:));

```

```

temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e9(i)^2;
    temp2=temp00+e10(i)^2;
end
RMSE5e=sqrt(temp1/k)
RMSE5m=sqrt(temp2/k)

e11=abs(v3-v3topi);
e12=abs(v3-xhat(6,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e11(i)^2;
    temp2=temp00+e12(i)^2;
end
RMSE6e=sqrt(temp1/k)
RMSE6m=sqrt(temp2/k)

figure(1)
plot((1:k+1),x(1,:), '-
g', (1:k+1),xtopi(1,:), '-
b', (1:k+1),xhat(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Posisi Variabel x');
xlabel('Waktu (detik)');
ylabel('posisi variabel x (m)');
legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(2)
plot((1:k+1),x(2,:), '-
g', (1:k+1),xtopi(2,:), '-
b', (1:k+1),xhat(2,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Posisi Variabel y');
xlabel('Waktu (detik)');
ylabel('posisi variabel y (m)');

```



```

legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(3)
plot((1:k+1),x(3,:),'-
g',(1:k+1),xtopi(3,:),'-
b',(1:k+1),xhat(3,:),'-
r','LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Posisi Variabel z');
xlabel('Waktu (detik)');
ylabel('posisi variabel z (m)');
legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(4)
plot((1:k+1),x(4,:),'-
g',(1:k+1),xtopi(4,:),'-
b',(1:k+1),xhat(4,:),'-
r','LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Kecepatan Variabel x');
xlabel('Waktu');
ylabel('kecepatan variabel x');
legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(5)
plot((1:k+1),x(5,:),'-
g',(1:k+1),xtopi(5,:),'-
b',(1:k+1),xhat(5,:),'-
r','LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Kecepatan Variabel y');
xlabel('Waktu');
ylabel('Kecepatan variabel y');
legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(6)

```

```

plot((1:k+1),x(6,:), '-
g', (1:k+1),xtopi(6,:), '-
b', (1:k+1),xhat(6,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Perbandingan Nilai
Real dan Estimasi Kecepatan Variabel z');
xlabel('Waktu');
ylabel('Kecepatan variabel z');
legend('Nilai Real','EKF','Modifikasi');
grid on

figure(7)
subplot(3,2,1);
plot((1:k+1),e1(1,:), '-b', (1:k+1),e2(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi posisi x');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error x');
grid on
hold on
legend('Error EKF','Error MEKF')
subplot(3,2,2);
plot((1:k+1),e3(1,:), '-b', (1:k+1),e4(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi posisi y');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error y');
grid on
hold on;
legend('Error EKF','Error MEKF')
subplot(3,2,3);
plot((1:k+1),e5(1,:), '-b', (1:k+1),e6(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi posisi z');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error z');
grid on
hold on;
legend('Error EKF','Error MEKF')
subplot(3,2,4);

```

```

plot((1:k+1),e7(1,:), '-b', (1:k+1),e8(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi kecepatan Vx');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error Vx');
grid on
hold on;
legend('Error EKF', 'Error MEKF')
subplot(3,2,5);
plot((1:k+1),e9(1,:), '-b', (1:k+1),e10(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi kecepatan Vy');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error Vy');
grid on
hold on;
legend('Error EKF', 'Error MEKF')
subplot(3,2,6);
plot((1:k+1),e11(1,:), '-
b', (1:k+1),e12(1,:), '-
r', 'LineWidth',2),title('Error Antara Nilai
Real dan Nilai Estimasi kecepatan Vz');
xlabel('waktu (detik)');
ylabel('Error Vz');
grid on
hold on;
legend('Error EKF', 'Error MEKF')
toc

```


LAMPIRAN C

Biodata Penulis



Penulis bernama Prima Aditya, lahir di Bojonegoro, 18 Desember 1994. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TKK St. Paulus (2000-2001), SDK St. Paulus (2001-2007), SMP Negeri 1 Bojonegoro (2007-2010), dan SMA Negeri 1 Bojonegoro (2010-2013). Setelah lulus dari SMA, pada tahun 2013 penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika

ITS Surabaya melalui jalur SBMPTN dengan NRP 1213 100 080. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: paulusprima32@gmail.com